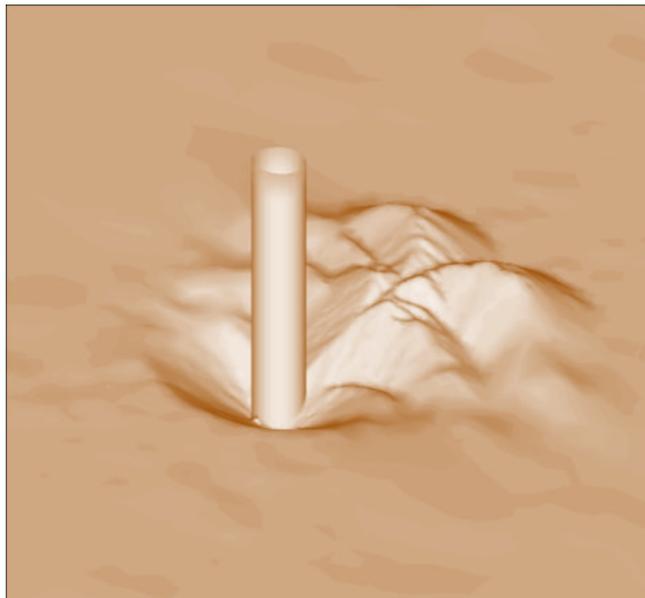

Ansätze zur Kolksimulation mit hydrodynamisch–numerischen Modellen



Studienarbeit vorgelegt von
Oliver Göthel

Hannover, November 2001

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Transportformulierungen und ihre Parameter	4
2.1 Eingangparameter	4
2.1.1 Partikelparameter	4
2.1.2 Mobilitätsparameter	4
2.1.3 kritischer Shieldparameter	5
2.1.4 Schubspannungsparameter T	6
2.1.5 Schubspannungsgeschwindigkeit	6
2.1.6 Partikelgeschwindigkeit	7
2.2 Transportformulierungen	8
2.2.1 Transportformulierung von Engelund & Fredsøe	8
2.2.2 Transportformulierung von Van Rijn	9
3. Ansätze für die Einbeziehung von geometrischen Kriterien in die Simulation von Kolken	10
3.1 Ansätze mit Einfluss auf den Bewegungsbeginn	11
3.1.1 Schoklitsch – Faktor	11
3.1.2 Hasbo – Modifikation	13
3.2 Ansätze mit Einfluss auf die Transportrate	14
3.2.1 Bagnold – Faktor	14
3.2.2 Smart – Faktor	15
3.3 Simulation einer Sandrutschung	17
3.3.1 Sandrutschung durch initiieren eines Sedimenttransports	17
3.3.2 Sandrutschung durch Volumenumlagerung	18
4. Anwendung verschiedener Modifikationen bei der Simulation eines Zylinderkolks	21
4.1 Hydrodynamik	21

4.2 Sedimenttransport	22
4.2.1 Sandrutschung	23
4.2.2 Vergleich verschiedener Transportformulierungen	24
4.2.3 Schoklitsch–Faktor	30
4.2.4 Bagnold–/Smart – Faktor	33
5. Diskussion und Ausblick	36
Literaturverzeichnis	37

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Schematische Darstellung der Modellkette	2
Abbildung 2: Shieldskurve (Shields, 1936)	5
Abbildung 3: Graphische Darstellung der Parametrisierung der Shieldskurve	6
Abbildung 4: Tabellarische Übersicht der Winkel der inneren Reibung (van Rijn, 1993) ..	10
Abbildung 5: Auf ein Sedimentpartikel wirkende Kräfte (van Rijn, 1993)	12
Abbildung 6: Kräftegleichgewicht am Sedimentpartikel auf einer Steigung (Hasbo, 1995)	13
Abbildung 7: Auswirkung der Korrekturfaktoren auf die Transportrate (van Rijn, 1993) .	16
Abbildung 8: Verteilung der Sedimentfracht bei verschiedenen Gitterarten	17
Abbildung 9: Höhen-, Winkel- und Flächendefinitionen	19
Abbildung 10: Finite Elemente-Netz	21
Abbildung 11: Schubspannungsgeschwindigkeiten	22
Abbildung 12: Bodenentwicklung ohne Sandrutsch-Funktion	23
Abbildung 13: Bodenentwicklung mit Sandrutsch-Funktion	24
Abbildung 14: Bodenentwicklung nach den Transportformulierungen von Engelund & Fredsøe und van Rijn	28
Abbildung 15: Entwicklung der Kolktiefe im Anstrombereich des Zylinders (Weilbeer, 2001).	29
Abbildung 16: Bodenentwicklung nach der Transportformulierung von Engelund & Fredsøe mit Schoklitschmodifikation	32

Symbole und Einheiten

Symbol	Einheit	Bedeutung
C	$m^{1/2} \cdot s^{-1}$	Chézy–Koeffizient
c_b	–	Sedimentkonzentration
c_o	–	maximale Sedimentkonzentration
D_*	–	Partikelparameter
d	m	Partikeldurchmesser
F_d	N	Strömungskraft
F_m	m^2	Elementfläche
G	N	Gewichtskraft
g	$m \cdot s^{-2}$	Erdbeschleunigung
I_b	–	Gefälle
k_β	–	Schoklitsch–Faktor
q_b	$m^2 \cdot s^{-1}$	Sedimenttransportrate
s	–	spezifische Dichte
T	–	Schubspannungsparameter
U_b	$m \cdot s^{-1}$	Partikelgeschwindigkeit
U_f	$m \cdot s^{-1}$	Schubspannungsgeschwindigkeit
V	m^3	Volumen
$z_{i,j,k}$	m	Höhen der Elementpunkte
α_s	–	Transportratenkorrekturfaktor
β	°	Bodenneigungswinkel
δ_b	m	Partikelsprunghöhe
ϕ	°	Winkel der inneren Reibung

ϕ_b	–	dimensionslose Sedimenttransportrate
θ	–	Mobilitätsparameter
θ_{cr}	–	kritischer Shieldsparameter
μ_d	–	Haftreibungskoeffizient
μ_s	–	Gleitreibungskoeffizient
σ	–	Sedimentgradient
τ_b	$N \cdot m^{-2}$	Schubspannung

1. Einleitung

Die Simulation von Kolken in einem hydrodynamisch–numerischen Modell stellt an das Hydrodynamik– und auch an das Sedimenttransportmodell höchste Anforderungen. In dieser Arbeit soll die Modellierung des Sedimenttransports an einem umströmten Bauwerk im Vordergrund stehen. Als repräsentatives Beispiel für ein umströmtes Bauwerk wurde ein senkrechter Zylinder gewählt, an dem ein Kolk simuliert werden soll. Die Hydrodynamik im Nahbereich eines Zylinders ist hochgradig dreidimensional und lässt sich nur durch ein entsprechendes dreidimensionales Modell erfassen. Der Hufeisenwirbel vor dem Zylinder beispielsweise, der bei einer Mittelung der vertikalen Geschwindigkeiten nicht dargestellt würde, hat maßgeblichen Einfluss auf Betrag und Richtung der sohnahen Schubspannungsgeschwindigkeiten im Nahbereich des Bauwerks. Die auftretenden Geschwindigkeiten im Bereich des Zylinders reichen von nahezu null im Staupunkt bis hin zum doppelten der ungestörten Anstromgeschwindigkeit des fließenden Gewässers an den Flanken des Bauwerks.

Die Eingangswerte für das Sedimenttransportmodell sind die Schubspannungsgeschwindigkeiten und die vorhandene Bodengeometrie. Aus den Schubspannungsgeschwindigkeiten kann mit einer gewählten Transportformulierung eine Sedimenttransportrate ermittelt werden. Betrachtet wird hierbei lediglich der Geschiebetransport, da dieser maßgeblich für die Bildung von Kolken verantwortlich ist. Aus einer vorhandenen Bodengeometrie und den Sedimenttransportraten kann über die Bodenevolutionsgleichung eine neue Bodengeometrie berechnet werden.

Der Einfluss der Bodengeometrie auf die Hydrodynamik ist ein wichtiger zu beachtender Effekt. Die Bodenänderungen haben einen direkten Einfluss auf die bodennahen Geschwindigkeiten. Damit dieser Einfluss Berücksichtigung findet, wird die Hydrodynamik mit der durch das Sedimenttransportmodell veränderten Bodengeometrie in festgelegten Intervallen neu berechnet. Abbildung 1 zeigt die schematische Darstellung dieser Modellkette.

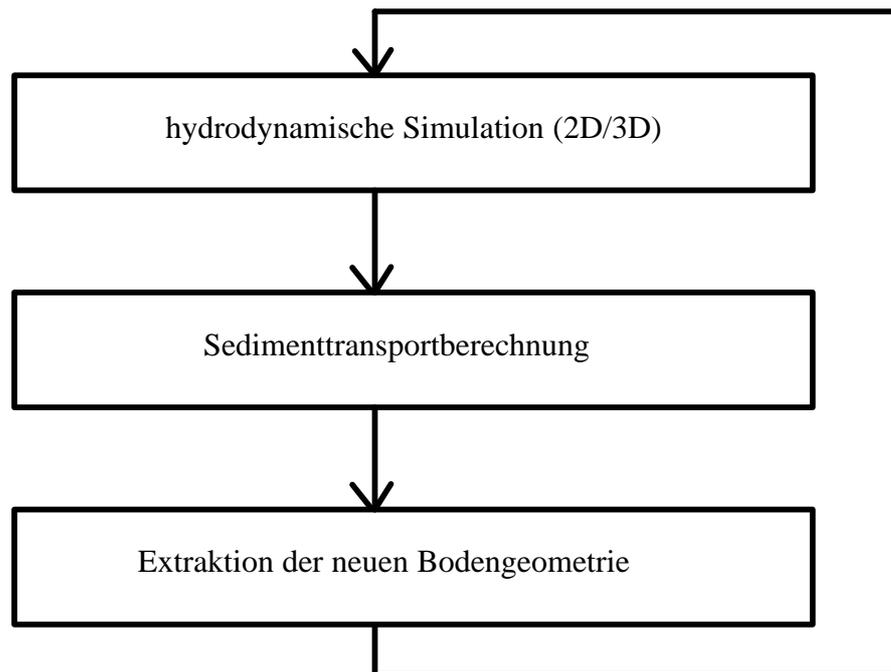


Abbildung 1: Schematische Darstellung der Modellkette

Die Probleme bei der Simulation von Kolken entstehen durch Benutzung einer der existierenden Transportformulierungen und das strenge Lösen der Bodenevolutionsgleichung. Die existierenden Transportformulierungen sind für nahezu ebene Betten entwickelt worden und verlieren ihre Gültigkeit, wenn man sie bei der Simulation von Kolken verwendet, da die hier auftretenden Gradienten nicht berücksichtigt werden und stellenweise eine sehr starke Divergenz der Schubspannungen herrscht. Das Lösen der Bodenevolutionsgleichung geschieht, ohne dass die Lösung nach vorgegebenen Kriterien kontrolliert und gegebenenfalls korrigiert wird. Das führt unter Umständen zu physikalisch nicht sinnvollen Ergebnissen.

In der Literatur finden sich mehrere Ansätze, die die auftretenden Probleme kompensieren sollen. Es geht dabei vor allem um den Einfluss der Gravitationskräfte, die auf ein Sedimentpartikel wirken, das sich auf einem Hang mit großer Steigung befindet. Hier haben nicht nur die Strömungskräfte einen Einfluss auf den Moment des Bewegungsbeginns, sondern auch die Wirkung der Hangabtriebskraft ist zu berücksichtigen. Fließt die Strömung in Richtung des Gefälles, wird das Partikel leichter gelöst. Fließt die Strömung hangaufwärts, ist das Sedimentpartikel an diesem Hang schwerer in Bewegung zu setzen.

Ein weiterer Effekt, der berücksichtigt werden soll, ist die an steilen Hängen erhöhte Transportrate, die auf das vorhandene Gefälle zurückzuführen ist. Dieser Effekt soll ebenfalls im numerischen Modell untersucht werden, indem die Transportrate bei entsprechendem Gefälle modifiziert wird.

Desweiteren spielen Sandrutschungen eine wesentliche Rolle. Erreicht der Winkel der Boden­neigung den Winkel der inneren Reibung, findet ein Sandrutsch statt. Das Sediment rutscht vom Hochpunkt in Richtung des steilsten Gefälles. Der Grundbruch kommt erst zum Stillstand, wenn der Winkel der inneren Reibung wieder erreicht oder unterschritten wird. Dieser Sandrutsch soll ebenfalls dem numerischen Modell hinzugefügt und untersucht werden.

Abschließend soll geklärt werden, mit welcher Modifikation die besten Ergebnisse im Vergleich zu Beobachtungen an einem physikalischen Modell erzielt werden.

2. Transportformulierungen und ihre Parameter

2.1 Eingangsparemeter

2.1.1 Partikelparameter D_*

Der Partikelparameter D_* gibt den Einfluss von Dichte, Schwerkraft und Viskosität wieder und ist definiert als:

$$D_* = \left[\frac{(s - 1) g}{\nu^2} \right]^{1/3} d_{50} \quad (3.1)$$

- mit: d_{50} = mittlerer Partikeldurchmesser des Bodenmaterials
 s = spezifische Dichte (= ρ_s/ρ)
 ν = kinematische Viskosität
 g = Erdbeschleunigung

D_* ist ein wichtiger Eingangswert für die Parametrisierung der Shieldskurve und für die Transportformulierung nach van Rijn.

2.1.2 Mobilitätsparameter θ

Der Mobilitätsparameter θ beschreibt das Verhältnis der angreifenden hydrodynamischen Kräfte und der Gewichtskraft der Sedimentpartikel unter Wasser.

$$\theta = \frac{U_f^2}{(s - 1) g d_{50}} = \frac{\tau_b}{(\rho_s - \rho) g d_{50}} \quad (3.2)$$

- mit: τ_b = Schubspannung
 U_f = Schubspannungsgeschwindigkeit ($\tau_b = \rho \cdot U_f^2$)
 s = spezifische Dichte (= ρ_s/ρ)

2.1.3 kritischer Shieldsparameter θ_{cr}

Der kritische Shieldsparameter wird in Abhängigkeit von der Reynoldszahl aus dem Shieldsdiagramm bestimmt. Bei Überschreiten des θ_{cr} Wertes, werden die Sedimentpartikel in Bewegung gesetzt und es findet ein Sedimenttransport statt.

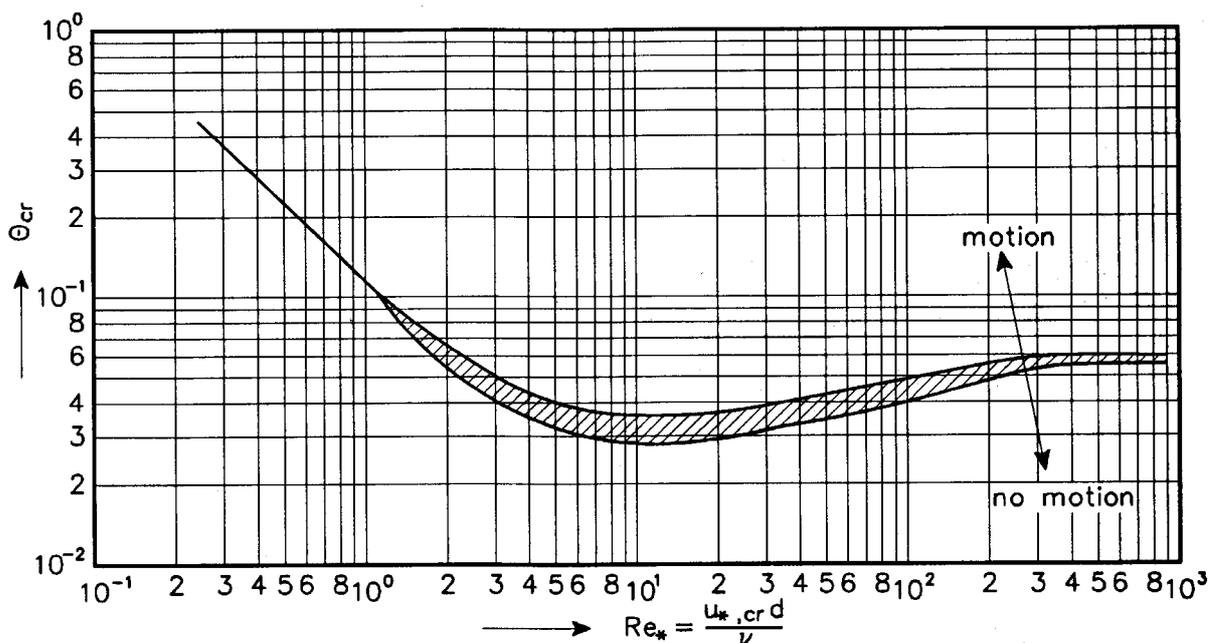


Abbildung 2: Shieldskurve (Shields, 1936)

Die Shieldskurve (Abbildung 2) kann durch eine Parametrisierung, die beispielsweise von Van Rijn (1993) durchgeführt wurde, approximiert werden. Der kritische Shieldsparameter wird in diesem Fall in Abhängigkeit des Partikelparameters D_* berechnet. Abbildung 3 zeigt die graphische Darstellung dieser Parametrisierung.

$$\begin{aligned}
 \theta_{cr} &= 0.24 D_*^{-1} && \text{für} && 1 < D_* \leq 4 \\
 \theta_{cr} &= 0.14 D_*^{-0.64} && \text{für} && 4 < D_* \leq 10 \\
 \theta_{cr} &= 0.04 D_*^{-0.1} && \text{für} && 10 < D_* \leq 20 \\
 \theta_{cr} &= 0.013 D_*^{0.29} && \text{für} && 20 < D_* \leq 150 \\
 \theta_{cr} &= 0.055 && \text{für} && D_* > 150
 \end{aligned}
 \tag{3.3}$$

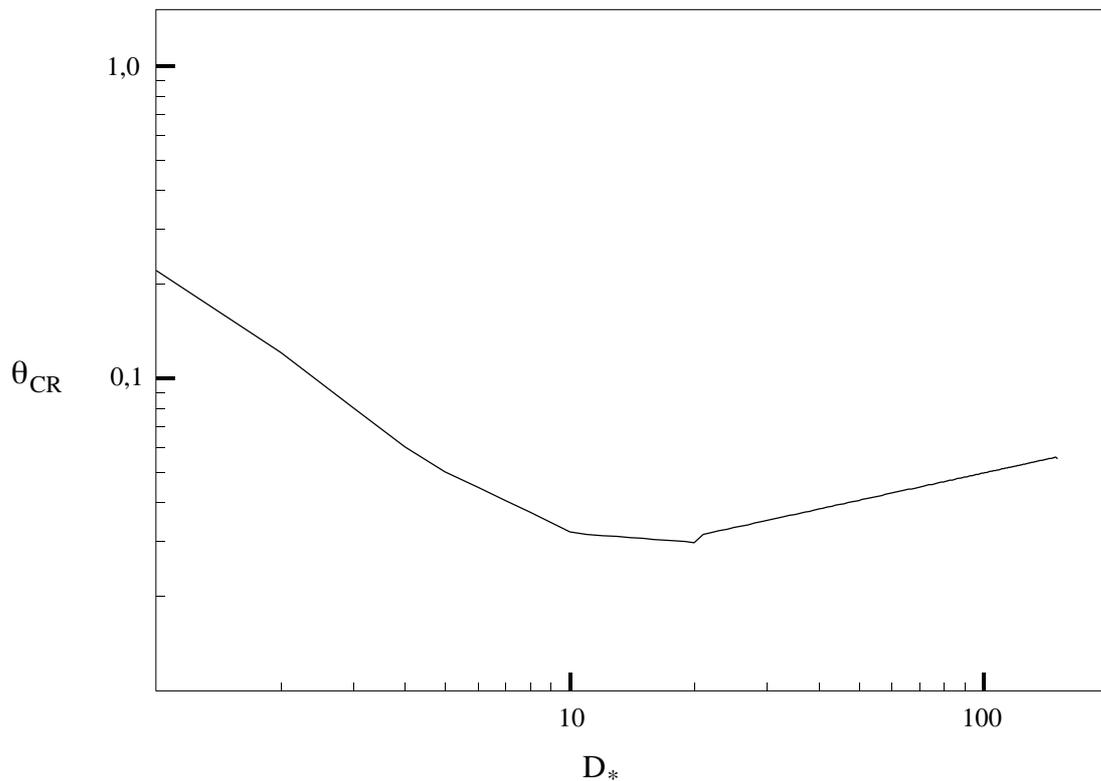


Abbildung 3: Graphische Darstellung der Parametrisierung der Shieldskurve

2.1.4 Schubspannungsparameter T

Ähnlich wie ein Vergleich von θ und θ_{cr} ist der Schubspannungsparameter T , der in der Transportformulierung von van Rijn (1993) Anwendung findet.

$$T = \frac{\tau - \tau_{cr}}{\tau_{cr}} \quad (3.4)$$

Für $T \leq 0$ findet kein Sedimenttransport statt.

2.1.5 Schubspannungsgeschwindigkeit \vec{U}_f

Die Schubspannungsgeschwindigkeit \vec{U}_f wird dem Sedimenttransportmodell von der hydrodynamischen Berechnung übergeben. Da die Hydrodynamik dreidimensional berechnet wird, ist auch der Schubspannungsgeschwindigkeitsvektor dreidimensional:

$$\vec{U}_f = \begin{bmatrix} u_{fx} \\ u_{fy} \\ u_{fz} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Das Sedimenttransportmodell berechnet die Bodenevolution aus Schubspannungsgeschwindigkeiten, die in einer Ebene liegen, d.h. zweidimensional sind. Die Vertikalkomponente von \vec{U}_f wird über den Faktor K auf die anderen beiden Komponenten umgelegt. K wird berechnet durch:

$$K = \frac{\sqrt{u_{fx}^2 + u_{fy}^2 + u_{fz}^2}}{\sqrt{u_{fx}^2 + u_{fy}^2}} \quad (3.6)$$

Die vom Transportmodell benutzten Schubspannungsgeschwindigkeiten werden dann mit

$$\vec{U}_{f \text{ Transportmodell}} = K \cdot \begin{bmatrix} u_{fx} \\ u_{fy} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

berechnet.

2.1.6 Partikelgeschwindigkeit \vec{U}_b

Die Partikelgeschwindigkeit \vec{U}_b ist die Geschwindigkeit, mit der sich ein Sedimentpartikel bewegt dessen θ -Wert den entsprechenden θ_{cr} -Wert überschritten hat. Für die Partikelgeschwindigkeit wurde von Engelund & Fredsøe (1976) die semi–empirische Gleichung

$$\vec{U}_b = \alpha \vec{U}_f \left(1 - 0,7 \sqrt{\frac{\theta_{cr}}{\theta}} \right) \quad (3.8)$$

mit : $\alpha = 6$ bis 10

definiert. $\alpha \vec{U}_f$ ist die Strömungsgeschwindigkeit ein bis zwei Partikeldurchmesser über dem festen Bett. Engelund & Fredsøe haben durch Vergleich mit verschiedenen Messungen herausgefunden, dass für $\alpha=10$ die besten Übereinstimmungen mit den Geschwindigkeiten in einem natürlichen Bett vorhanden sind. Aus diesem Grund wurde dieser Wert in den numerischen Modellen bei der Berechnung der Partikelgeschwindigkeit ebenfalls verwendet.

2.2 Transportformulierungen

Aus der Vielzahl der Transportformulierung, die im Laufe der Jahre entwickelt wurden, werden im Rahmen dieser Studienarbeit die Formulierungen von Van Rijn (1993) und Engelund & Fredsøe (1976) herausgegriffen, da die Erfahrungen mit diesen Formulierungen noch nicht sehr weitreichend sind, und die Ergebnisse mit diesen Gleichungen in ersten Versuchen sehr vielversprechend waren.

2.2.1 Transportformulierung von Engelund & Fredsøe

Das Transportmodell von Engelund & Fredsøe (1976) ist ein mathematisches Modell für gerade, alluviale Flüsse. Im Vergleich zu empirischen Modellen hat es zwei Vorteile. Erstens basiert es auf der Beschreibung von physikalischen Prozessen und zweitens gibt es Auskunft über Menge und Größe der Sandpartikel im Flussbett. Grundlage für die Berechnung der Sedimenttransportrate ist die Kenntnis über die Partikelgeschwindigkeit eines sich bewegenden Sandteilchens. Diese Partikelgeschwindigkeit kann durch Gleichung (3.8) berechnet werden. Mit Kenntnis der Partikelgeschwindigkeit kann nun ein Ausdruck für die Sedimenttransportrate q_b hergeleitet werden. Unter der Annahme, dass der Geschiebetransport eines bestimmten Bruchteils p (=Wahrscheinlichkeit) von Partikeln in einer einzelnen Schicht und die Anzahl an Oberflächenpartikeln in einem Bereich $1/d^2$ ist, erhält man:

$$q_b = \frac{\pi}{6} d^3 \frac{p}{d^2} U_b \quad (3.9)$$

mit: U_b = Partikelgeschwindigkeit
 d = Partikeldurchmesser

Für p wurde von Engelund & Fredsøe (1976) die empirische Gleichung

$$p = \left[1 + \left(\frac{\frac{\pi}{6} \mu_D}{\theta - \theta_{cr}} \right)^4 \right]^{-\frac{1}{4}} \quad (3.10)$$

mit: μ_D = Gleitreibungskoeffizient
 entwickelt.

2.2.2 Transportformulierung von Van Rijn

Van Rijn (1993) folgt dem Ansatz von Bagnold (1956) in der Annahme, dass die Bewegung der Sedimentpartikel unter dem Einfluss von Strömungs- und Schwerekräften von Partikelsprüngen dominiert wird. Die Merkmale dieser Partikelsprünge wurden durch das Lösen der Bewegungsgleichung für ein einzelnes Partikel ermittelt. Die Sedimenttransportrate (q_b) ist definiert als das Produkt der Partikelgeschwindigkeit (U_b), der Sprunghöhe (δ_b) und der Sedimentkonzentration (c_b):

$$q_b = U_b \delta_b c_b \quad (3.10)$$

Die Gleichung für die Sedimentkonzentration wurde von van Rijn aus Messungen ermittelt. Es ergibt sich:

$$\frac{c_b}{c_o} = 0.18 \frac{T}{D_*} \quad (3.11)$$

mit: c_b = Sedimentkonzentration
 c_o = maximale Konzentration = 0.65

Durch Experimente von Williams (1970) ermittelt sich die folgende Gleichung für die Sprunghöhe eines Sedimentpartikels:

$$\frac{\delta_b}{d} = 0.3 D_*^{0.7} T^{0.5} \quad (3.12)$$

mit: δ_b = Sprunghöhe
 d = mittlerer Sedimentkorndurchmesser

Durch Einsetzen der Gleichungen (3.11) und (3.12) in die Gleichung (3.10) mit der Annahme, dass $U_b = 7U_f$ erhält man Gleichung (3.13), die von van Rijn (1993) ermittelt wurde.

$$q_b = 0.25 d_{50} U_f D_*^{-0.3} T^{1.5} \quad (3.13)$$

3. Ansätze für die Einbeziehung von geometrischen Kriterien in die Simulation von Kolken

Die meisten Transportformulierungen, wie auch die hier erwähnten, sind nur für nahezu ebene Betten entwickelt worden. Bei Kolkungen entstehen jedoch Gradienten, die bis an den Winkel der inneren Reibung des Sediments heranreichen. An diesen Punkten liefert die Transportformulierung allein keine physikalisch sinnvollen Ergebnisse mehr. Ebenso verändert sich auch der Moment des Bewegungsbeginns, wenn sich die Sedimentpartikel auf einem Gefälle oder einer Steigung befinden. Um dieser Tatsache Rechnung zu tragen, können die Sedimenttransportrate und der kritische Shieldsparameter bzw. die kritische Schubspannung so modifiziert werden, dass die geometrischen Verhältnisse mit einbezogen werden. Einige Möglichkeiten für diese Modifikationen sollen hier vorgestellt werden.

Der Winkel der inneren Reibung ist ein wichtiger geometrischer Parameter, der von der Größe, Form und Porosität der Sedimentkörner abhängt. Der Winkel wird größer, je weniger rund ein Partikel ist. Literaturwerte für den Winkel der inneren Reibung liegen in der Größenordnung von $\phi = 30^\circ$ bis 40° für Partikeldurchmesser von 0.001 bis 0.1 m (Abbildung 4).

d_{50} [m]	Winkel der inneren Reibung (ϕ)	
	runde Partikel	eckige Partikel
≤ 0.001	30°	35°
0.005	32°	37°
0.01	35°	40°
0.05	37°	42°
≥ 0.1	40°	45°

Abbildung 4: Tabellarische Übersicht der Winkel der inneren Reibung (van Rijn, 1993)

3.1 Ansätze mit Einfluss auf den Bewegungsbeginn

3.1.1 Schoklitsch – Faktor

Ein Sedimentpartikel, das sich auf einer Schräge befindet, wird in Bewegung gesetzt, wenn die Summe der Kräfte aus der Fluidbewegung und die Schwerkraftkomponente gleich den stabilisierenden Kräften ist (Abbildung 5):

$$F_{D,cr} + G \sin \beta = G \cos \beta \tan \phi \quad (4.1)$$

mit:

ϕ = Winkel der inneren Reibung

β = Gefällewinkel

G = Gewichtskraft

Die kritische Strömungskraft für ein horizontales Bett ist definiert als:

$$F_{D,cr,o} = G \tan \phi \quad (4.2)$$

Wenn man die kritische Strömungskraft an einem Gefälle (4.1) ins Verhältnis zur kritischen Strömungskraft an einem horizontalen Bett (4.2) setzt, erhält man:

$$\frac{F_{D,cr}}{F_{D,cr,o}} = \frac{G \cos \beta \tan \phi - G \sin \beta}{G \tan \phi} \quad (4.3)$$

oder

$$F_{D,cr} = k_{\beta} F_{D,cr,o} \quad (4.4)$$

mit:

$$k_{\beta} = \frac{\sin(\phi - \beta)}{\sin \phi}$$

Gleichung (4.1) wurde erstmals von Schoklitsch (1914) veröffentlicht und kann auch in Abhängigkeit der Schubspannungen geschrieben werden:

$$\tau_{b,cr} = k_{\beta} \tau_{b,cr,o} \quad (4.5)$$

Hardisty und Whitehouse (1988) haben anhand von Experimenten gezeigt, dass mit den Gleichungen (4.3) und (4.5) realistische Ergebnisse erzielt werden.

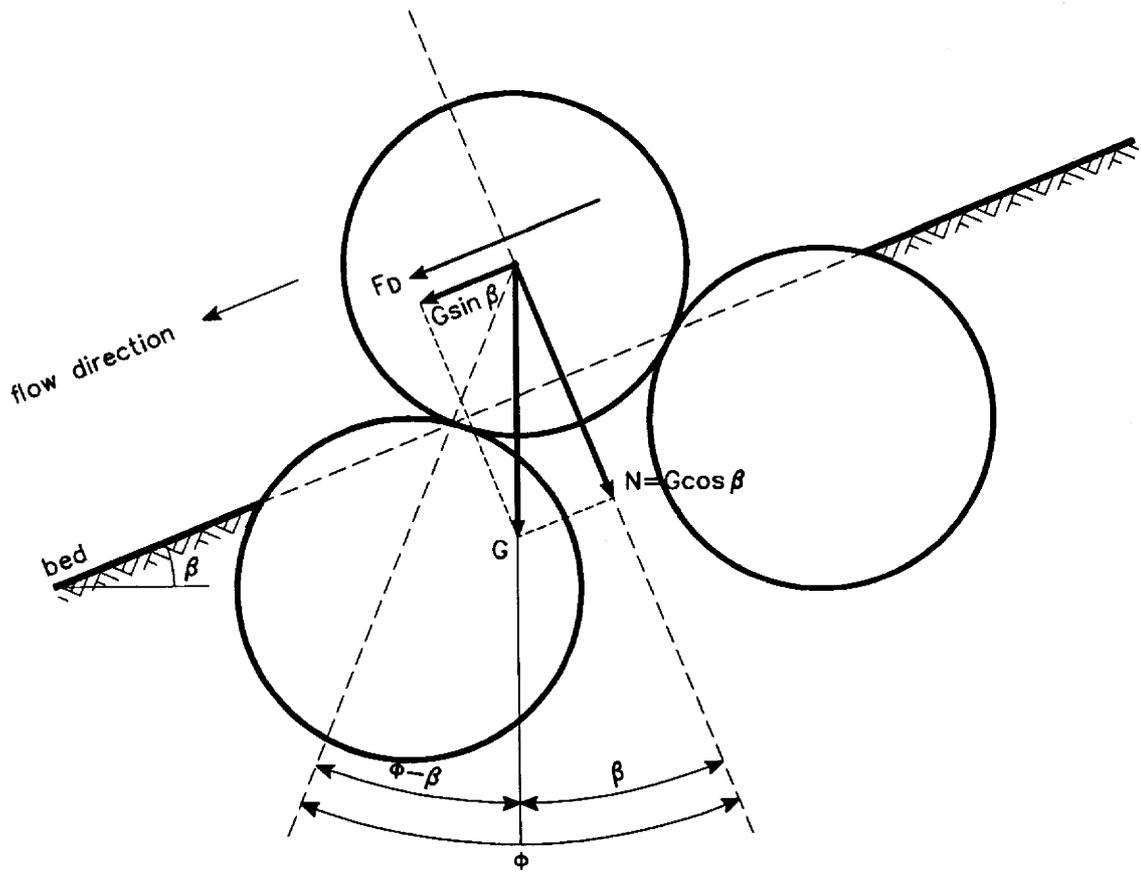


Abbildung 5: Auf ein Sedimentpartikel wirkende Kräfte (van Rijn, 1993)

3.1.2 Hasbo – Modifikation

Eine weitere Möglichkeit den kritischen Shieldsparameter eines Sandpartikels auf einer schiefen Ebene zu modifizieren, wurde von Hasbo (1995) entwickelt. Die Modifikation beruht ebenfalls wie der Ansatz von Schoklitsch auf dem Gleichgewicht der angreifenden und haltenden Kräfte (Abbildung 6). Berücksichtigt wird hierbei zusätzlich die Richtung der Schubspannungsgeschwindigkeit in Form des Schubspannungswinkels, der in die Gleichung mit eingeht. Die Herleitung erfolgte nach der grundsätzlichen Betrachtungsweise von Engelund & Fredsøe (1982) und führt zu der Gleichung:

$$\theta_{H,cr} = \theta_{cr} \left[\frac{\cos(\phi + \alpha_{bo}) \sin(\beta_s)}{\mu_s} + \cos(\beta_s) \sqrt{1 - \frac{\sin^2(\phi + \alpha_{bo}) \tan^2(\beta_s)}{\mu_s^2}} \right] \quad (4.6)$$

mit:

$(\phi + \alpha_{bo})$ = Schubspannungswinkel (Abbildung 6)

β_s = Winkel der Bodenneigung

μ_s = Haftreibungskoeffizient

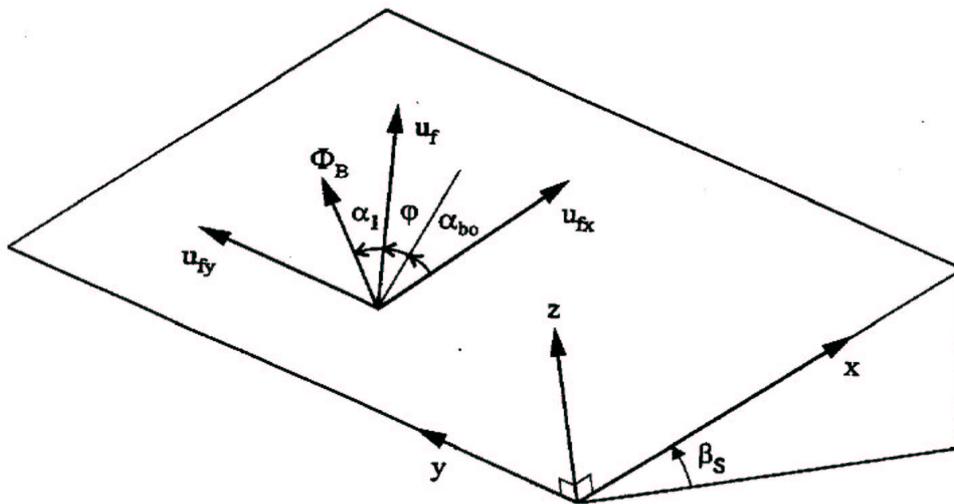


Abbildung 6: Kräftegleichgewicht am Sedimentpartikel auf einer Steigung (Hasbo, 1995)

3.2 Ansätze mit Einfluss auf die Transportrate

3.2.1 Bagnold – Faktor

Die meisten Transportformulierungen wurden für nahezu horizontale Betten entwickelt. In Experimenten konnte Smart (1984) einen starken Anstieg der Transportrate an steilen Gefällen nachweisen. Bereits Bagnold (1966) hat eine Gleichung entwickelt, die das Gefälle bzw. die Steigung bei der Ermittlung der Transportrate berücksichtigt:

$$q_{b,slope} = \alpha_s q_{b,o} \quad (4.7)$$

mit:

$q_{b,slope}$ = Sedimenttransportrate an einem Gefälle/Steigung

$q_{b,o}$ = Sedimenttransportrate an einem horizontalen Bett

$\alpha_s = \frac{\tan \phi}{\cos \beta (\tan \phi \pm \tan \beta)}$ = Bagnold–Faktor (Abbildung 7)
(+ für Steigung, – für Gefälle)

ϕ = Winkel der inneren Reibung

β = Steigungswinkel

Der Bagnold–Faktor wurde von Hardisty und Whitehouse (1988) untersucht. Die Werte dieses Korrekturfaktors sind nach diesen Untersuchungen zu gering ausgefallen (Abbildung 7).

3.2.2 Smart – Faktor

Smart (1984) führte Messungen der Sedimenttransportrate in steilen Gerinnen durch. Auf der Grundlage seiner Messungen und älterer Messdaten von Meyer–Peter–Mueller, entwickelte er die folgende Transportformulierung für flache Betten:

$$\phi_b = 4 \sigma I_b^{0.6} C g^{-0.5} \theta^{0.5} (\theta - \theta_{cr}) \quad (4.8)$$

mit:

ϕ_b = dimensionslose Sedimenttransportrate

θ = Mobilitätsparameter

θ_{cr} = kritischer Shieldsparameter

I_b = Gefälle in Längsrichtung

C = Chézy–Koeffizient

g = Erdbeschleunigung

$\sigma = (d_{90}/d_{30})^{0.2}$ = Sedimentgradient

Ein Vergleich der Gleichung (4.8) mit der Originalgleichung von Meyer–Peter–Müller (1948) für ein ebenes Bett,

$$\Phi_b = 8(\theta - \theta_{cr})^{1.5} \quad (4.9)$$

führt zu Smarts Ausdruck für den Korrekturfaktor des Sedimenttransports:

$$\alpha_s = \frac{1}{2} g^{-0.5} \sigma C I_b^{0.6} \left(\frac{\tau_b}{\tau_b - \tau_{b,cr}} \right)^{0.5} \quad (4.10)$$

mit:

α_s = Korrekturfaktor

τ_b = Schubspannung

$\tau_{b,cr}$ = kritische Schubspannung

Gleichung (4.10) ist nur für Gefälle definiert. Einen Eindruck über die Wirkungsweise dieser Gleichung vermittelt Abbildung 7. Man kann erkennen, dass mit der Transportformulierungen von Meyer–Peter–Müller an steilen Gefällen zu kleine Transportraten ermittelt werden. Der Effekt des Korrekturfaktors ist am größten, wenn sich τ_b der kritischen Schubspannung $\tau_{b,cr}$ nähert. Der Effekt wird kleiner, wenn $\tau_b/\tau_{b,cr} \rightarrow \infty$. Dieser Gefällefaktor bekommt erst für Gefälle > 0.01 seine Bedeutung. Für sehr große Gefälle kann sich die Transportrate, in Abhängigkeit des Chézy–Koeffizienten, um den Faktor 2 bis 10 vergrößern. Dieser Effekt tritt zusätzlich zur Verringerung der kritischen Schubspannung (Ka-

pitel 4.1.1/4.1.2) auf. Der Korrekturfaktor von Bagnold scheint nach Abbildung 7 viel zu klein zu sein.

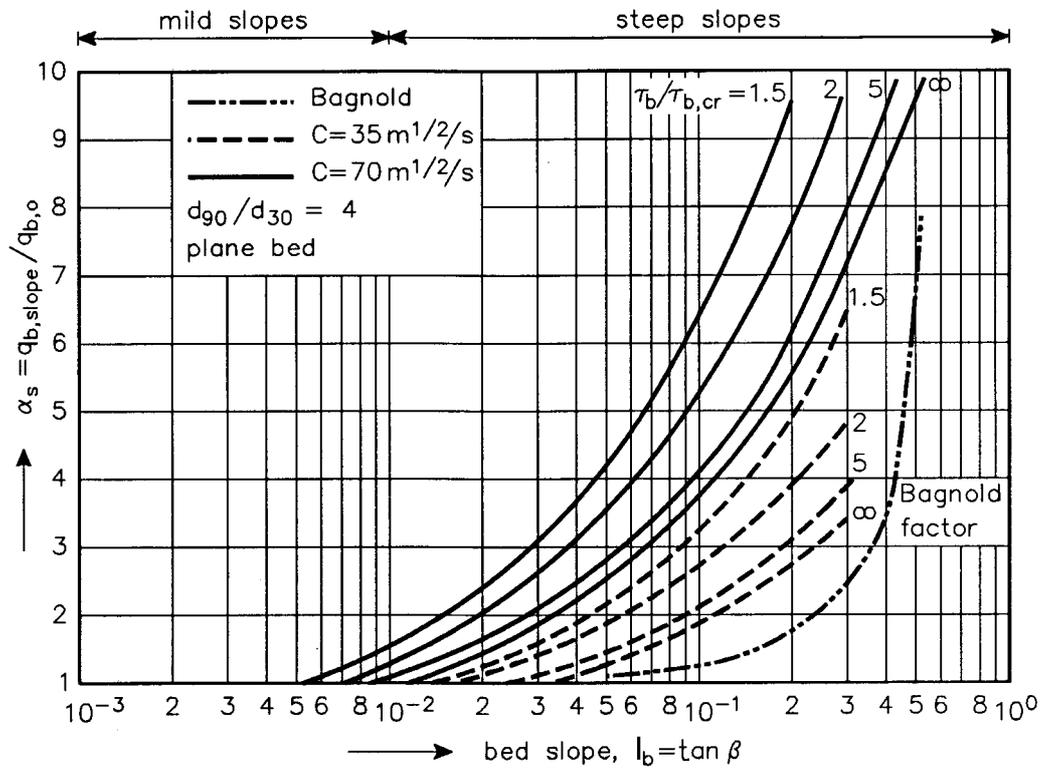


Abbildung 7: Auswirkung der Korrekturfaktoren auf die Transportrate (van Rijn, 1993)

3.3 Simulation einer Sandrutschung

Bei der Entwicklung von Kolken gibt es, im Modell wie auch in der Natur, Regionen, an denen der Winkel der inneren Reibung überschritten wird. An diesen Stellen wurde u. a. von Roulund (2000) in Experimenten eine Sandrutschung (engl.: Sandslide) beobachtet, bei dem das Material von den Hochpunkten zu dem Tiefpunkt des Gefälles rutschte, bis der Winkel der inneren Reibung ($\beta_s \approx 32^\circ$) wieder erreicht oder unterschritten wurde. Auf der Grundlage dieser Beobachtungen wurde von Roulund eine Vorgehensweise entwickelt, die die Simulation einer Sandrutschung in einem hydrodynamisch–numerischen Modell ermöglicht. Abweichend von der Vorgehensweise, die von Roulund beschrieben wird, wurde im Rahmen dieser Studienarbeit eine alternative Möglichkeit entwickelt, um das Nachrutschen von Sediment an einem steilen Gefälle im Modell zu berücksichtigen.

3.3.1 Sandrutschung durch initiieren eines Sedimenttransports

Beim Algorithmus von Roulund (2000) wird an Hochpunkten des Netzes ein Sedimenttransport in Richtung des größten Gefälles ausgelöst. Anschließend wird die Bodenevolutionsgleichung gelöst wodurch die neue Bodengeometrie ermittelt wird. Roulund verwendete bei seinem Modell ein orthogonales Gitter. Bei einem orthogonalen Gitter können jedem Punkt genau zwei Nachbarpunkte in jeder Richtung (X–/Y–Richtung) zugeordnet werden, während bei einem unstrukturierten Gitter zu jedem Punkt mehrere Nachbarpunkte in einer Richtung gehören können (Abbildung 8). Wird in einem unstrukturierten Gitter ein Sedimenttransport in einer Richtung ausgelöst, erhalten also mehrere Punkte eine Sedimentfracht und werden angehoben. Die Vorgehensweise von Roulund ist grundsätzlich auch auf unstrukturierten Berechnungsgittern anwendbar. Im Rahmen dieser Studienarbeit wurde eine weitere Möglichkeit entwickelt, um eine Sandrutschung zu simulieren.

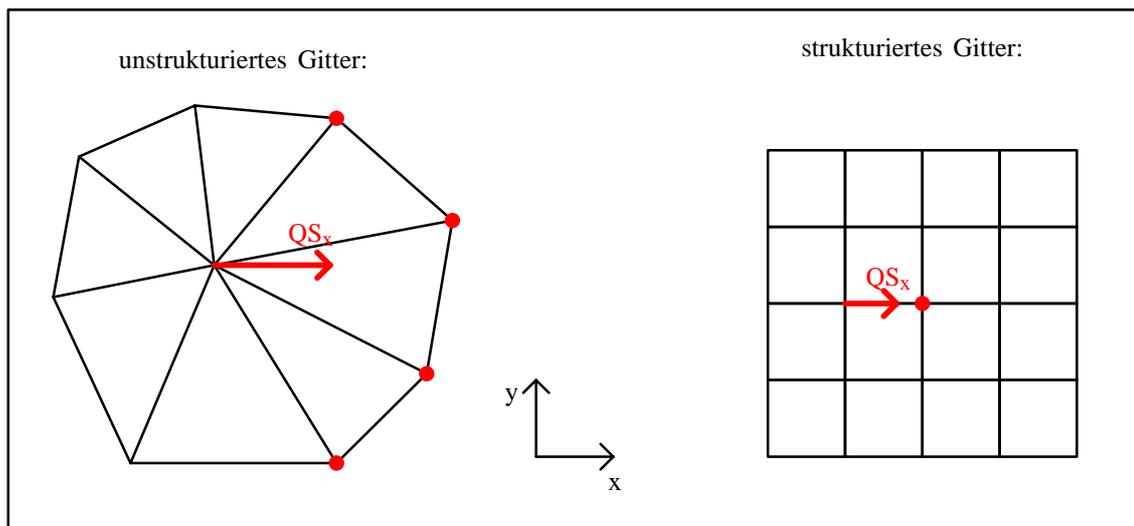


Abbildung 8: Verteilung der Sedimentfracht bei verschiedenen Gitterarten

3.3.2 Sandrutschung durch Volumenumlagerung

Der Sandrutsch durch Volumenumlagerung verfolgt dasselbe Ziel, wie der Sandrutsch durch initiieren eines Sedimenttransports. Es soll ein Nachrutschen des Sediments simuliert werden, wenn der Winkel der inneren Reibung überschritten wird. Nach diesem Vorgang soll der Winkel zwischen zwei Gitterpunkten kleiner oder gleich dem Winkel der inneren Reibung sein. Volumenumlagerung bedeutet, dass ein Teil des Volumens, das zu einem Punkt gehört, entnommen und zu einem Nachbarpunkt umgelagert wird. Dadurch verringert sich der Steigungswinkel zwischen diesen Punkten. Der gesamte Prozess der Sandrutschung ist ein iterativer Vorgang, bei dem sich die vorhandene Bodengeometrie langsam an die Geometrie nach dem Sandrutsch annähert.

Im ersten Schritt wird dabei das Sedimentvolumen unter dem Gebiet berechnet (Abbildung 9a) zu dem der Hochpunkt gehört. Anschließend wird die Differenzhöhe h_{diff} berechnet, die abgebaut werden muss, um den Winkel der inneren Reibung β_s zwischen Hoch- und Tiefpunkt zu erreichen. Da der Tiefpunkt durch die Umlagerung des Differenzvolumens zwischen Soll- und Isthöhe noch erhöht wird, wird das Differenzvolumen nicht aus der ganzen Differenzhöhe berechnet, sondern nur aus einem Teil. In Versuchen hat sich ein Viertel der Differenzhöhe zur Berechnung des Differenzvolumens als günstig herausgestellt. Der Winkel der inneren Reibung würde bei Verwendung des gesamten Differenzvolumens sehr stark unterschritten und der Algorithmus würde den realen Vorgang einer Sandrutschung nicht zufriedenstellend wiedergeben. Wird immer nur ein Teil des Differenzvolumens umgelagert, können die neuen Höhen des Hoch- und Tiefpunkts langsam angenähert werden. Die Berechnung des Volumens unter einem Punkt mit der Höhe h_{ist} erfolgt nach der Gleichung (4.11). Wenn dann ein Differenzvolumen aus h_{ist} und h_{soll} ermittelt wurde, kann die neue Höhe des Tiefpunktes mit der Gleichung (4.12) berechnet werden. Die Gleichungen ergeben sich aus den Formeln für die Fläche von Dreiecken und den Volumen von Prismen.

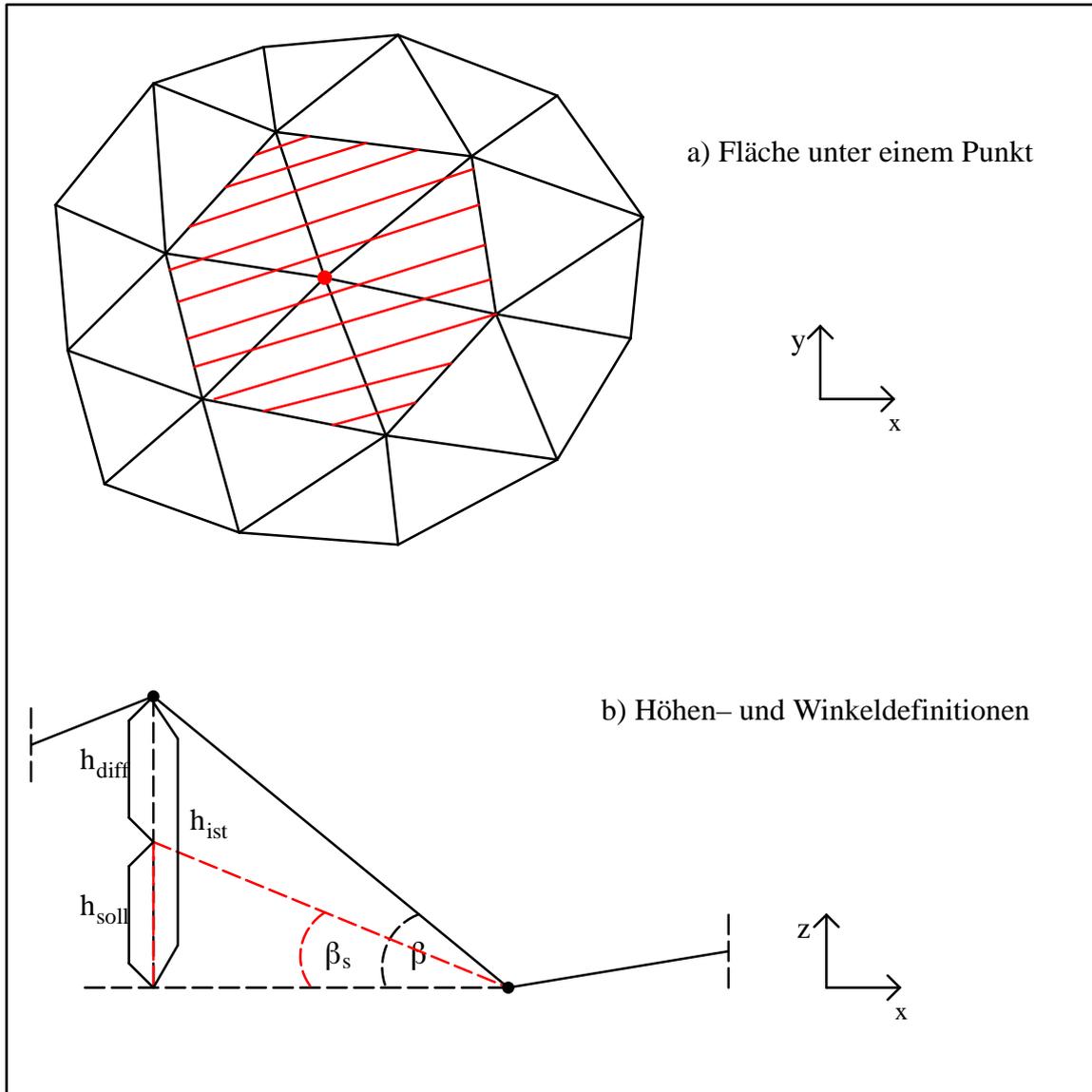


Abbildung 9: Höhen-, Winkel- und Flächendefinitionen

$$V = \sum_1^m \frac{(z_i + z_j + z_k)}{3} F_m \quad (4.11)$$

mit:

F_m = Fläche eines Elements

z_i, z_j, z_k = Höhen der Eckpunkte eines Elements

V = Volumen unter einem Punkt = Summe der Elementvolumina

m = Anzahl der Elemente

$$z_{\text{neu}} = \frac{3 V_{\text{neu}} - \sum_1^m F_m (z_i + z_j)}{\sum_1^m F_m} \quad (4.12)$$

mit:

F_m = Fläche eines Elements

z_i, z_j = Höhen der bekannten Eckpunkte eines Elements

V_{neu} = $V_{\text{alt}} + V_{\text{diff}}$ = altes Volumen plus Differenzvolumen

m = Anzahl der Elemente

4. Anwendung verschiedener Modifikationen bei der Simulation eines Zylinderkolks

4.1 Hydrodynamik

Die Hydrodynamik, die für den Sedimenttransport benötigt wird, wird mit einem dreidimensionalen, nicht–hydrostatischen Modell berechnet. Das verwendete Berechnungsgitter (Abbildung 10) ist ein Finite Elemente Netz, bestehend aus 13.709 Elementen bzw. 7054 Knoten. Das Gitter ist am Zylinder höher aufgelöst, um die komplexen Wirbelstrukturen, die bei der Umströmung eines Zylinders auftreten, ausreichend gut simulieren zu können. Die kürzeste Kantenlänge eines Elements erreicht dabei eine Länge von $1 \cdot 10^{-3}$ m. Der Zylinder hat einen Durchmesser von $1 \cdot 10^{-1}$ m. Die Turbulenzmodellierung wurde mit einem $k-\omega$ Turbulenzmodell durchgeführt. Die Schubspannungsgeschwindigkeiten (Abbildung 11) werden an das Sedimenttransportmodell zur Berechnung der Transportraten weitergegeben.

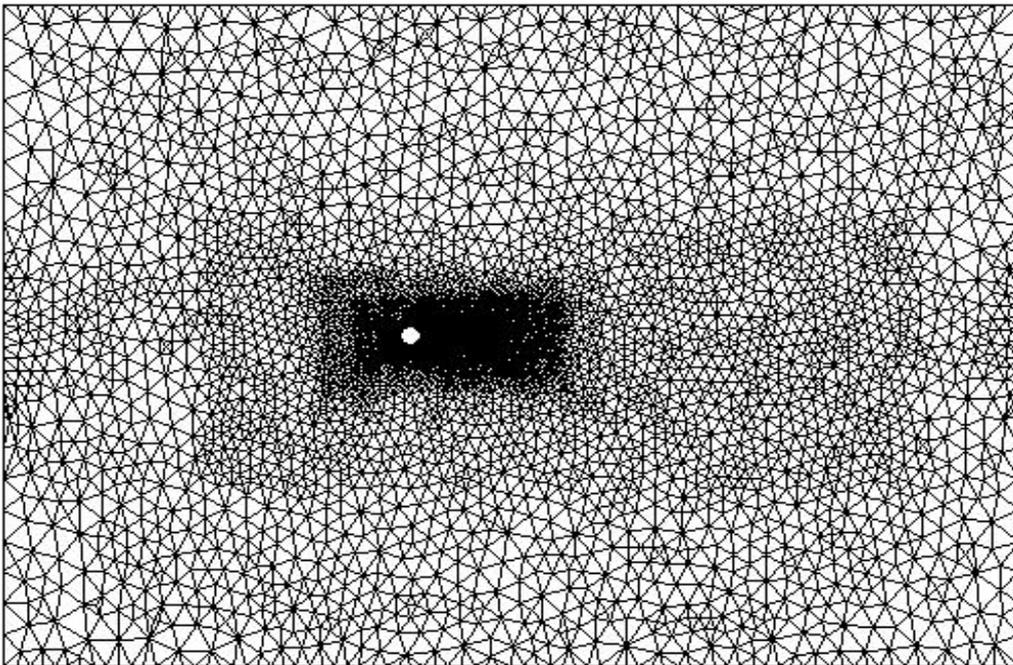


Abbildung 10: Finite Elemente–Netz

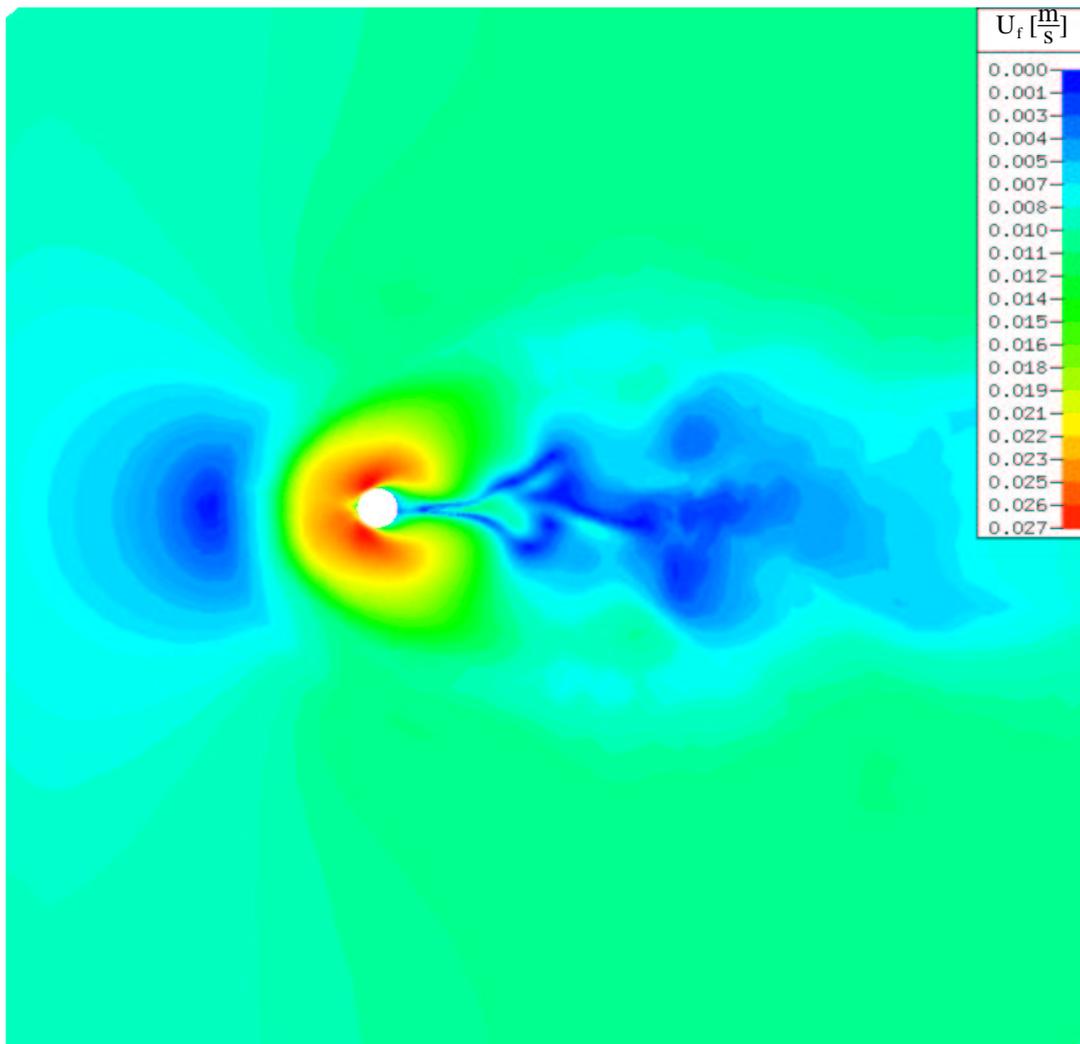


Abbildung 11: Schubspannungsgeschwindigkeiten

4.2 Sedimenttransport

Die Sedimenttransportberechnung erfolgt nach der Berechnung der Hydrodynamik. Ein zwei Sekunden langes Hydrodynamikergebnis wird, unter der Annahme, dass diese zwei Sekunden repräsentativ für die für die Strömung und die Turbulenz sind, 150 mal durchlaufen, so dass man als Ergebnis die Bodenevolution nach fünf Minuten Sedimenttransport erhält. Anschließend wird die Hydrodynamik, unter Verwendung der mit dem Sedimenttransportmodell errechneten Bodengeometrie, neu berechnet. Diese Modellkette kann beliebig oft wiederholt werden.

Im Rahmen dieser Studienarbeit konnten aus Rechenzeitgründen nicht alle Modifikationen untersucht und nicht mit allen untersuchten Modifikationen beliebig lange Berechnungen durchgeführt werden. In dieser Arbeit werden die Ergebnisse der verschiedenen Modelle bis zu einer Simulationsdauer von maximal zwei Stunden Sedimenttransport dargestellt und miteinander verglichen.

4.2.1 Sandrutschung

Die Sandrutsch–Funktion hat sich bei den durchgeführten Berechnungen als ein unerlässliches Hilfsmittel zur Simulation eines Zylinderkolks herausgestellt. Da direkt am Zylinder sehr große Schubspannungsgeschwindigkeiten (Abbildung 11) auftreten, findet dort auch ein sehr großer Sedimenttransport statt. Bei der Modellierung ohne Sandrutschung werden die nachrutschenden Partikel nicht berücksichtigt. Das Ergebnis dieser Vernachlässigung eines in diesem Zusammenhang physikalisch wichtigen Vorgangs, wird in Abbildung 12 dargestellt. Man kann gut erkennen, dass die auftretende Bodengeometrie am Zylinder nicht physikalisch sinnvoll ist. Mit dem unmodifizierten Modell treten Bodenwinkel auf, die an 90° heranreichen. Desweiteren treten die entstehenden Spitzen punktuell auf, d.h. es entwickelt sich kein gleichmäßiges Gefälle, wie man es in physikalischen Versuchen beobachten kann (Roulund 2000). Die entwickelte Sandrutsch–Routine ist die Grundlage für die Simulation eines Zylinderkolks und weiterer Untersuchungen mit verschiedenen Transportformulierungen und weiteren optimierenden Modifikationen.

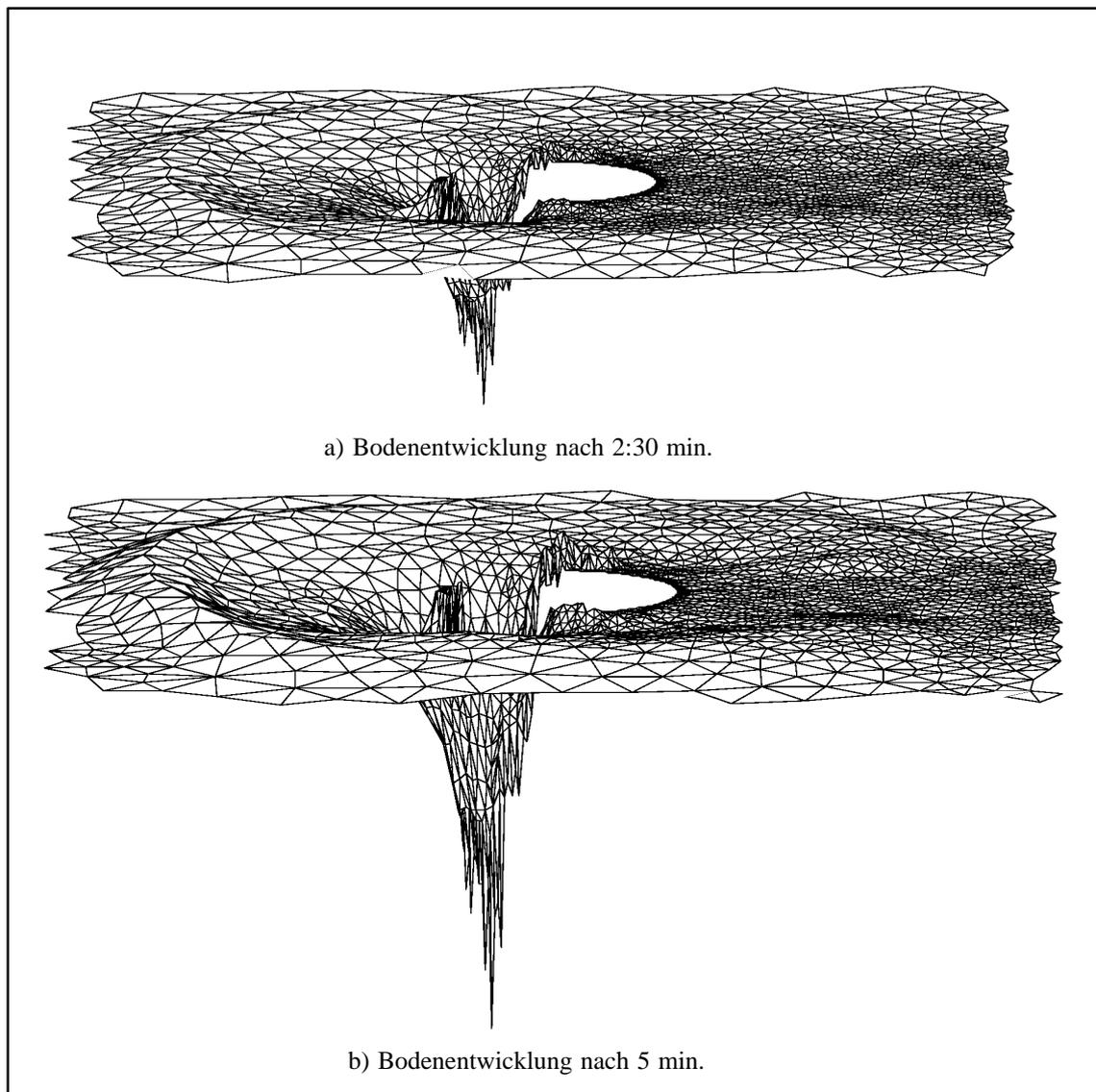


Abbildung 12: Bodenentwicklung ohne Sandrutsch–Funktion

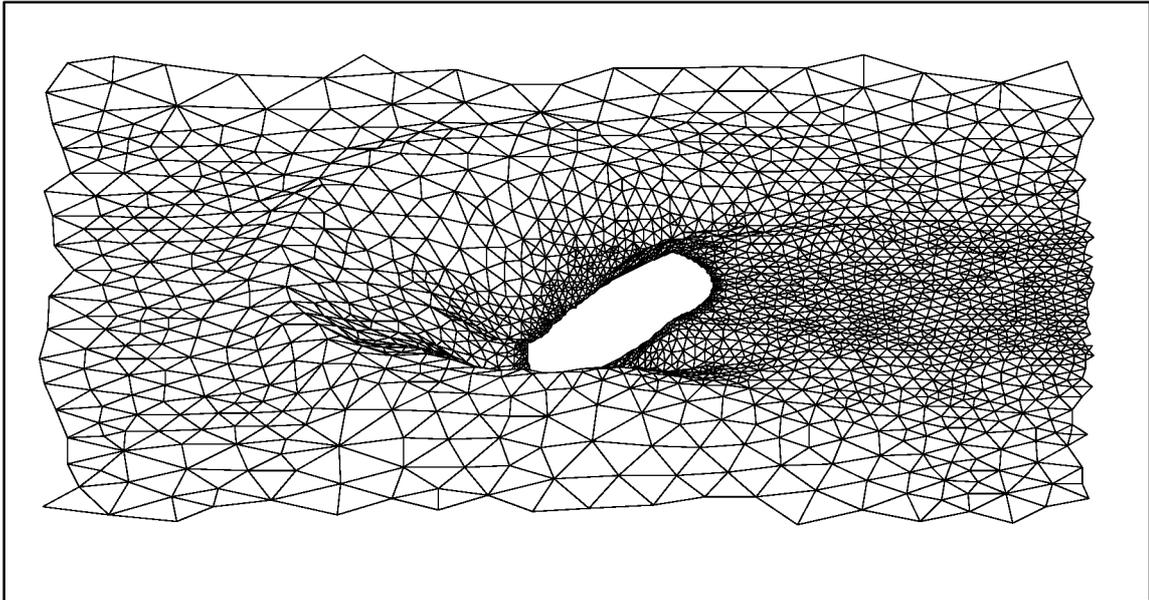


Abbildung 13: Bodenentwicklung mit Sandrutsch–Funktion

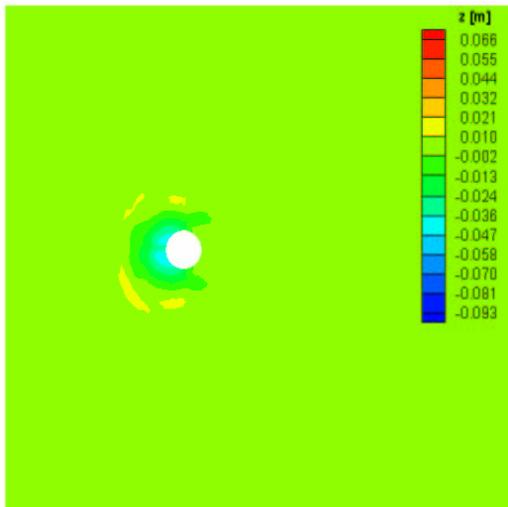
4.2.2 Vergleich verschiedener Transportformulierungen

Zum Vergleich wurden die Transportformulierungen von van Rijn und Engelund & Fredsøe herangezogen. Nachfolgend ist die Bodenentwicklung in zwei Stunden dargestellt.

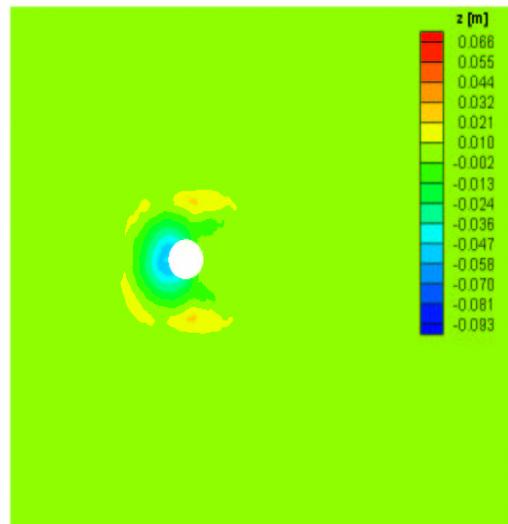
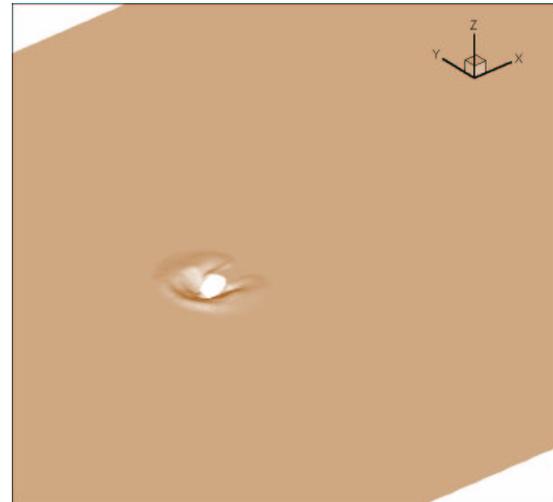
Wie man an Abbildung 14 sehen kann, verläuft die Entwicklung des Zylinderkolks bei beiden Transportformulierungen sehr ähnlich. Die Größe und Tiefe des entstehenden Kolks nach zwei Stunden ist annähernd gleich. Als Folge, dass die Kolke bei beiden Modellen ähnlich sind, werden noch zu untersuchende Modifikationen an der Transportrate und dem Bewegungsbeginn nur mit einer Transportformulierung durchgeführt. Für die weiteren Untersuchungen wurde die Transportformulierung von Engelund & Fredsøe benutzt.

Im Vergleich mit den Ergebnissen, die Roulund (2000) in physikalischen Experimenten erzielt hat, verläuft die Entwicklung des Kolks in der numerischen Simulation, vor allem am Anfang, nicht mit der gleichen Intensität. Die Kolkentiefe nach zwei Stunden wird zwar gut getroffen, aber die sonst eher langsame Entwicklung stimmt nicht mit den Ergebnissen aus den physikalischen Experimenten überein. Abbildung 15 zeigt sehr deutlich die unterschiedliche Entwicklungsgeschwindigkeit der verschiedenen Modelle.

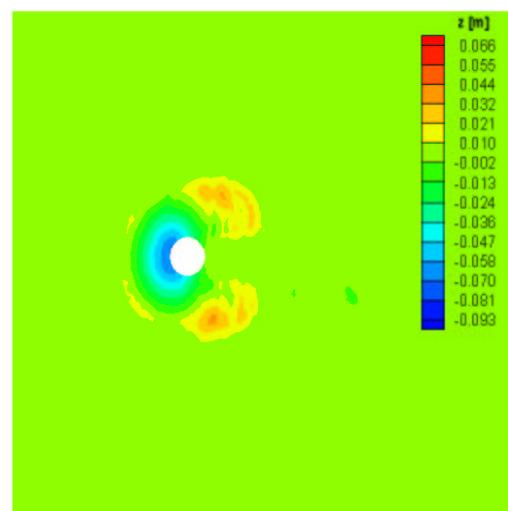
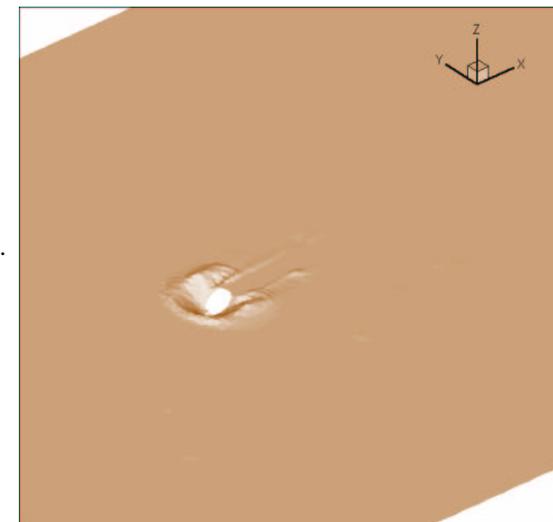
Engelund & Fredsøe:



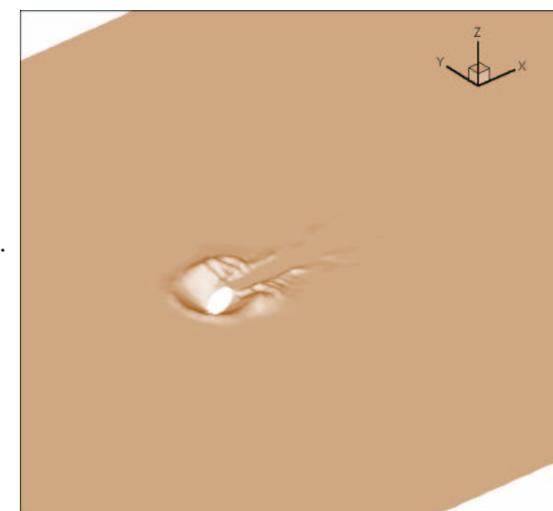
5 min.

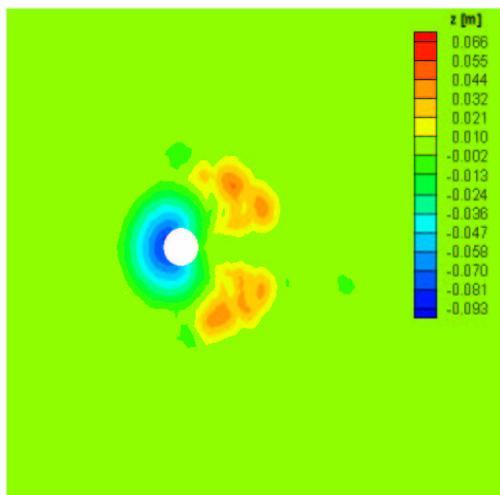


10 min.

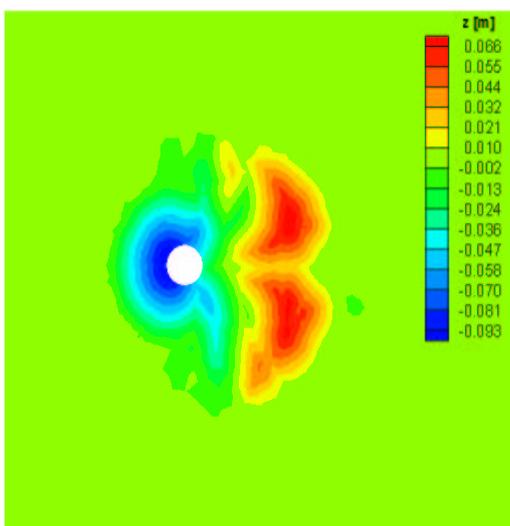
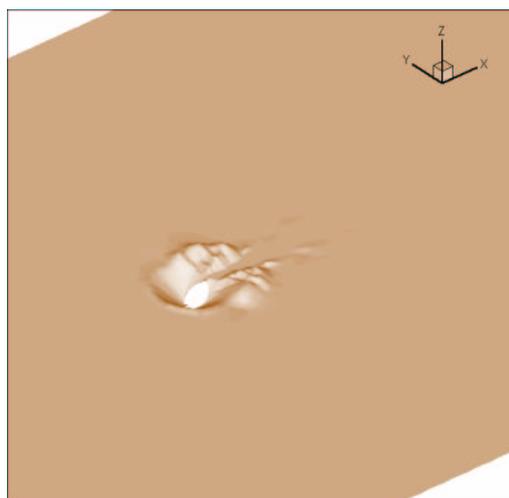


20 min.

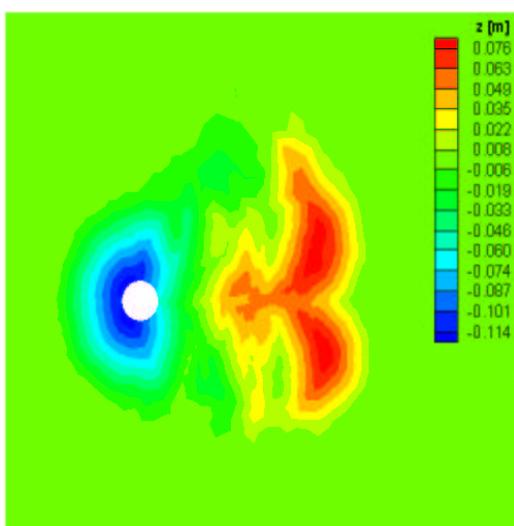
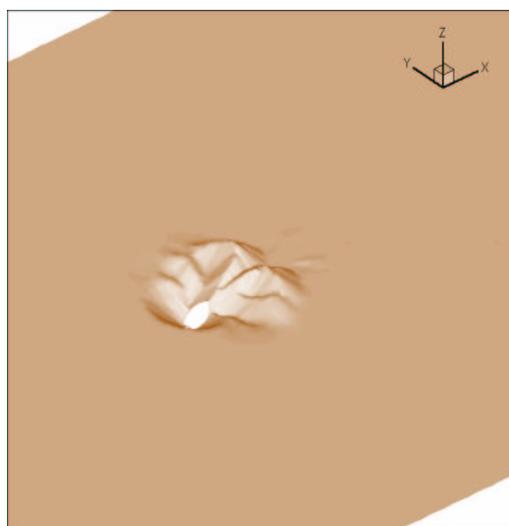




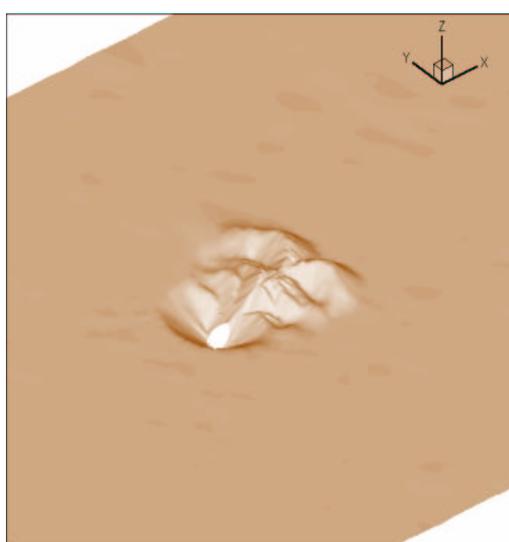
30 min.



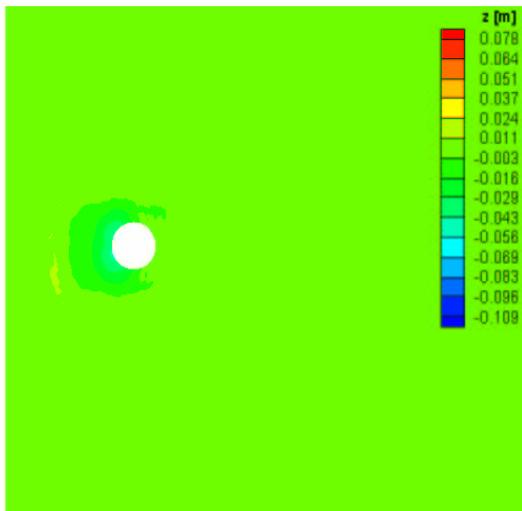
1 h



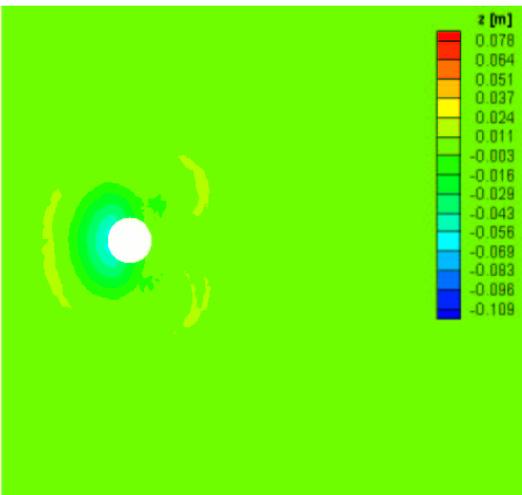
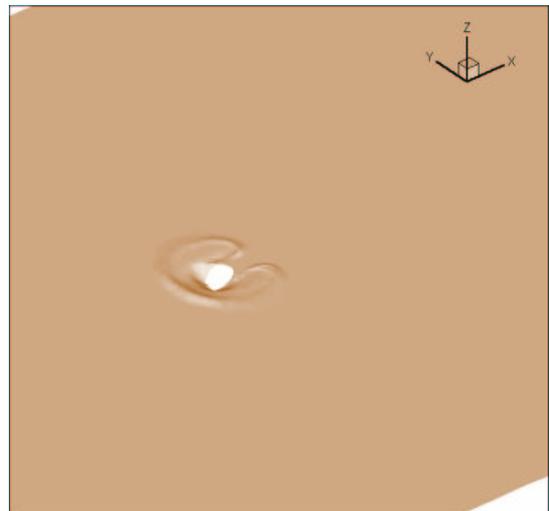
2 h



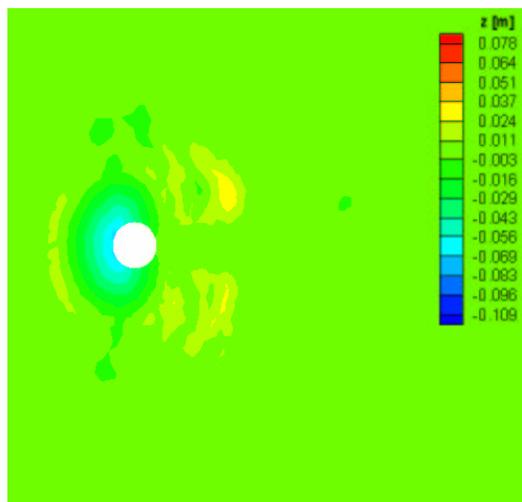
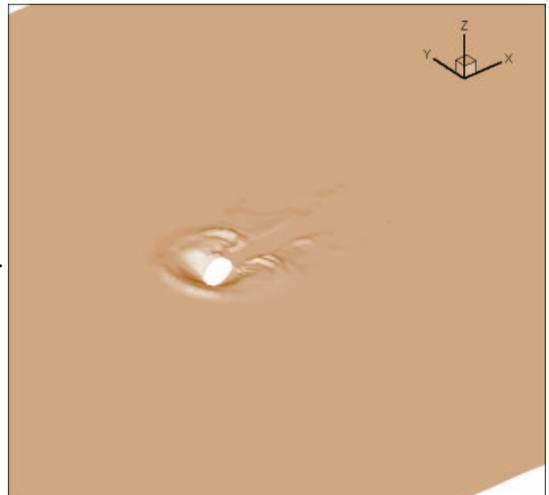
van Rijn:



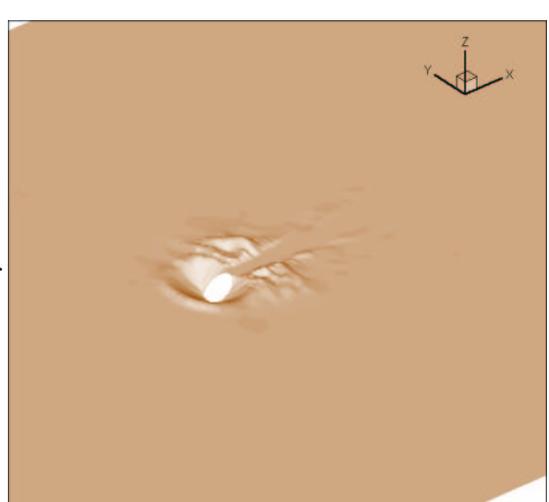
5 min.



10 min.



20 min.



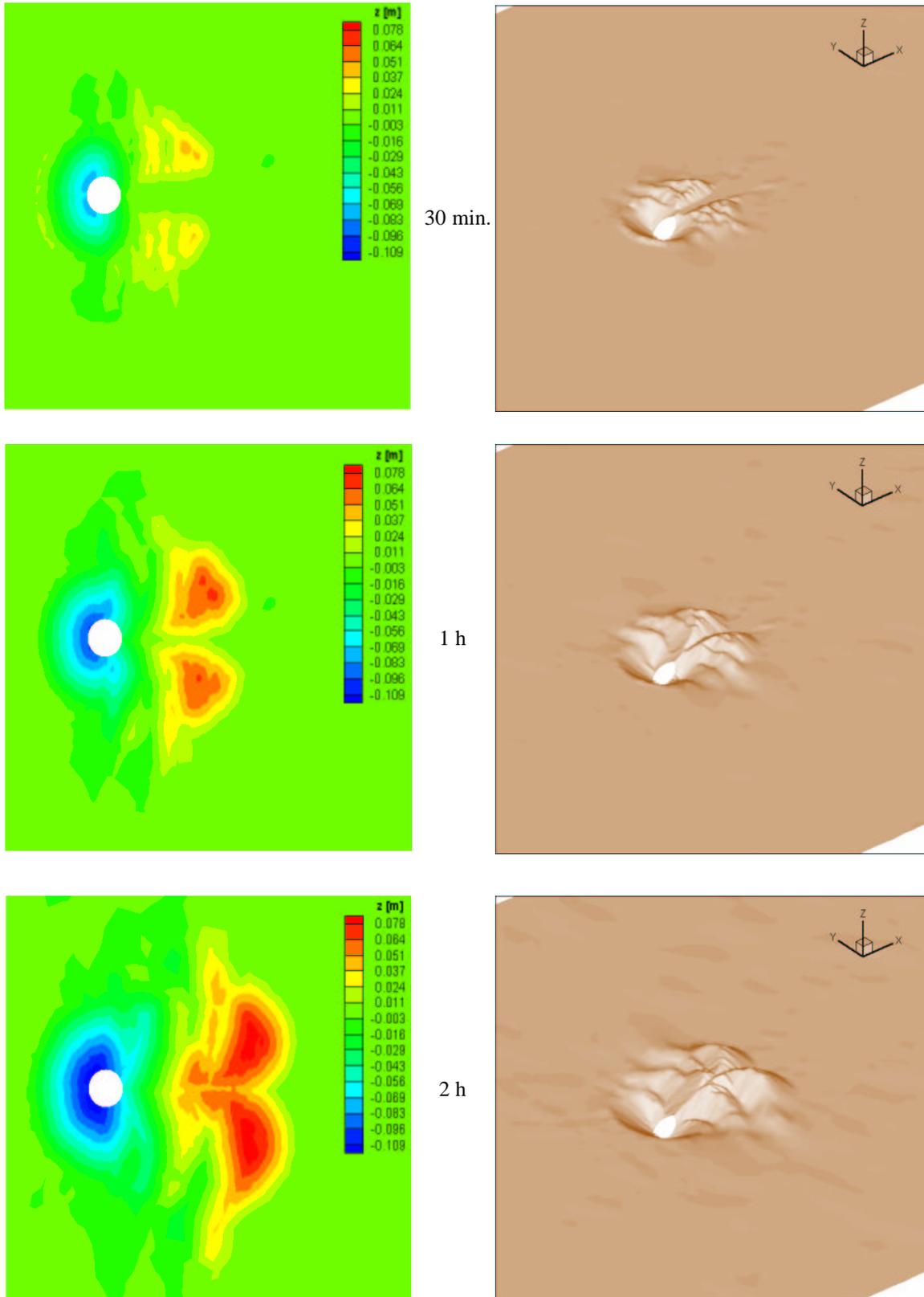


Abbildung 14: Bodenentwicklung nach den Transportformulierungen von Engelund & Fredsøe und van Rijn

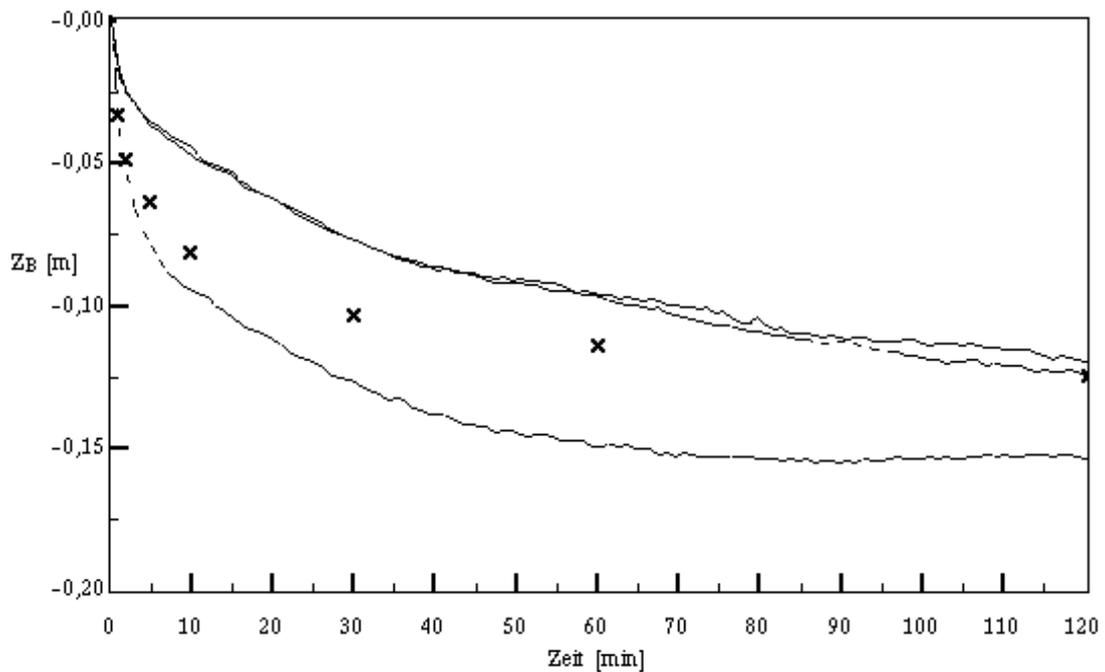
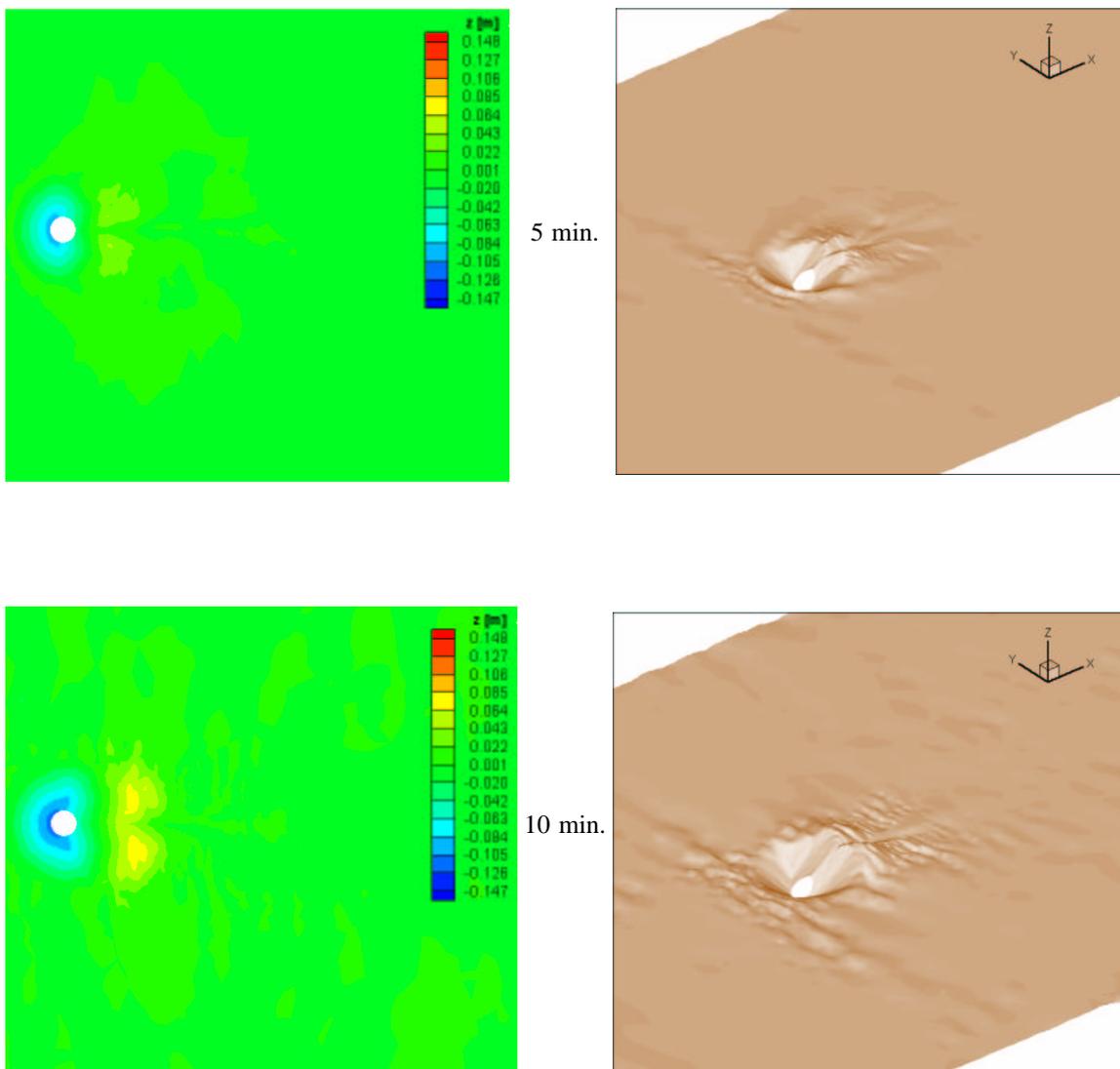
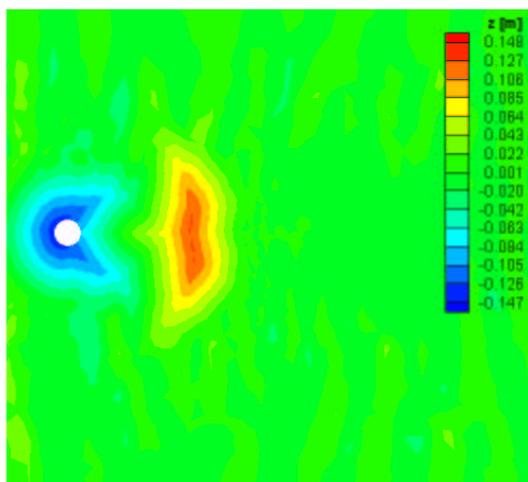


Abbildung 15: Entwicklung der Kolk­tiefe im Anstrombereich des Zylinders (Weilbeer, 2001). Durchgezogene Linie: Transportformulierung nach van Rijn; gestrichelt: Transportformulierung nach Engelund&Fredsoe; strichpunktirt: Transportformulierung nach Engelund&Fredsoe mit modifiziertem Bewegungsbeginn (Schoklitsch-Faktor). Die Meßwerte (Kreuze) sind den experimentellen Untersuchungen von Roulund (2000) entnommen.

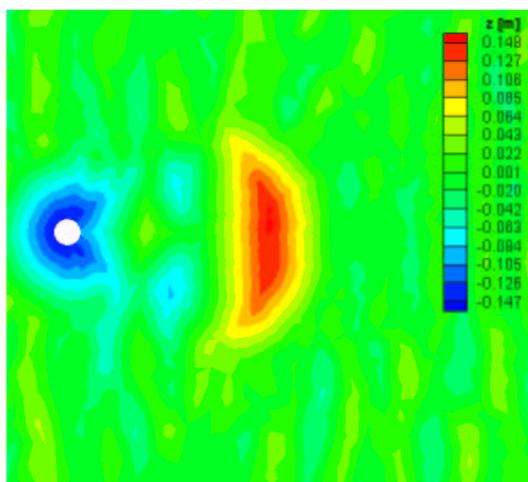
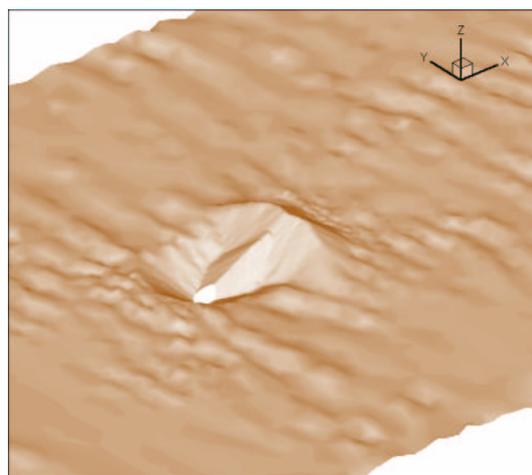
4.2.3 Schoklitsch–Faktor

Abbildung 16 zeigt die Bodenentwicklung bei Verwendung des Schoklitsch–Faktors, der für die Modifikation des kritischen Shieldsparameters θ_{cr} benutzt wird. Durch Einsatz der Gleichung von Engelund & Fredsøe wird mit dem Schoklitsch–Faktor nicht nur der Moment des Bewegungsbeginns beeinflusst, sondern auch die Transportrate. Der mit dem Schoklitsch–Faktor modifizierte kritische Shieldsparameters θ_{cr} geht in Gleichung (3.10) ein und beeinflusst so die Transportrate. Der Fall, dass zwar der Moment des Bewegungsbeginns, nicht aber die Transportrate beeinflusst wird, konnte aus Rechenzeitgründen nicht mehr untersucht werden.

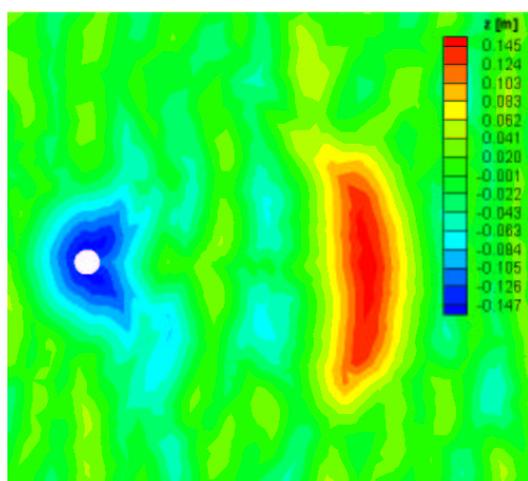
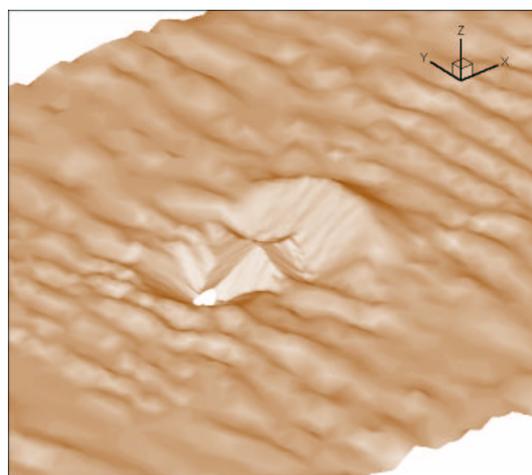




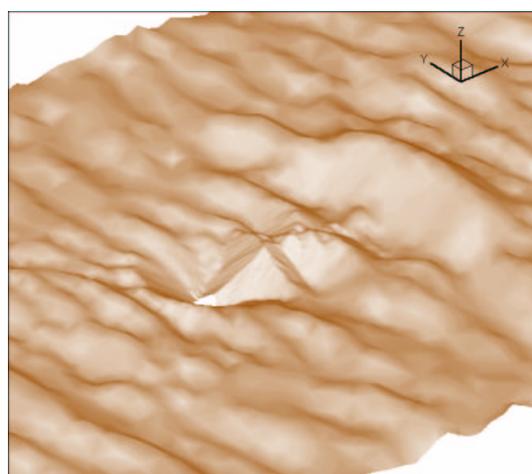
20 min.



30 min.



1 h



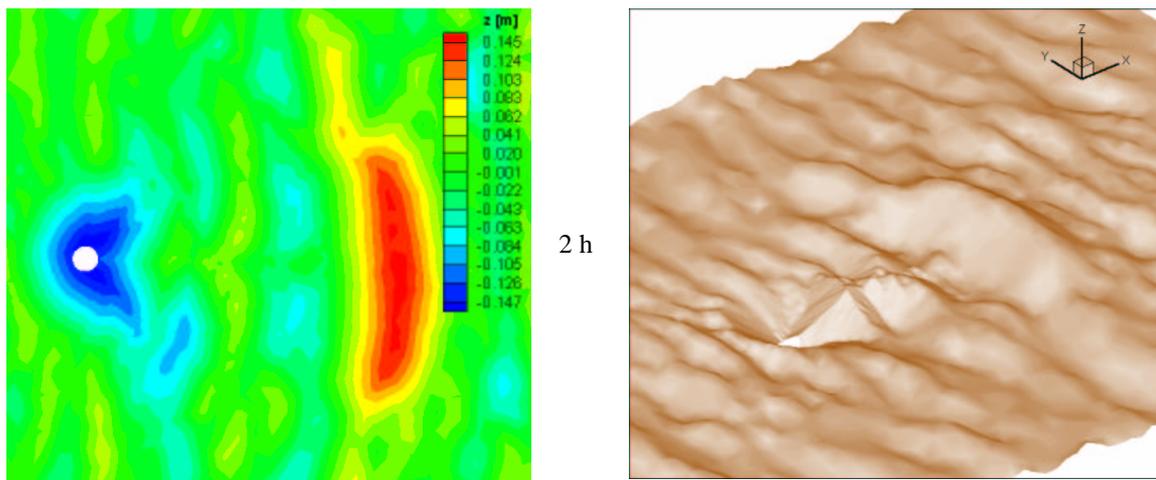


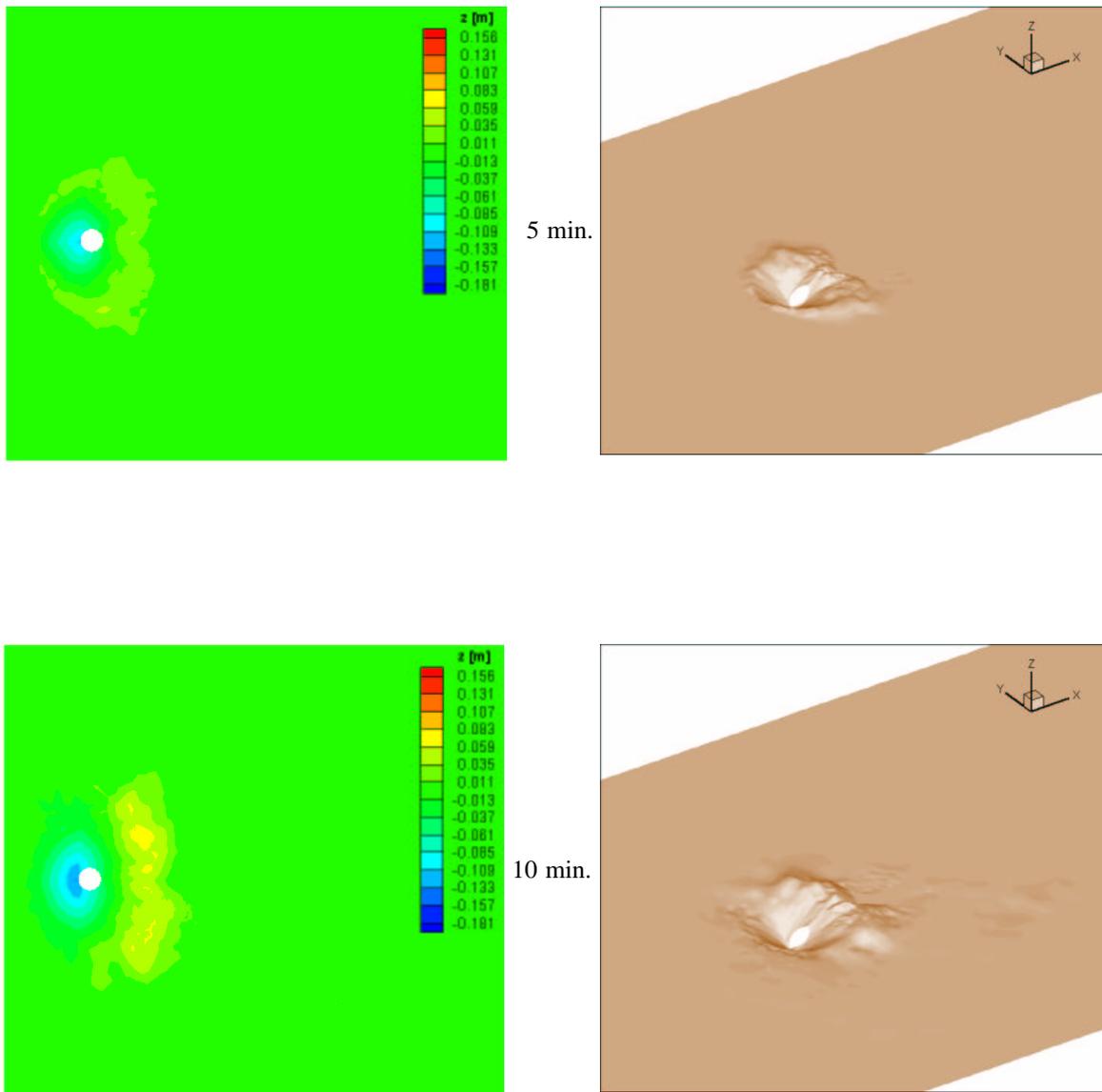
Abbildung 16: Bodenentwicklung nach der Transportformulierung von Engelund & Fredsøe mit Schoklitschmodifikation

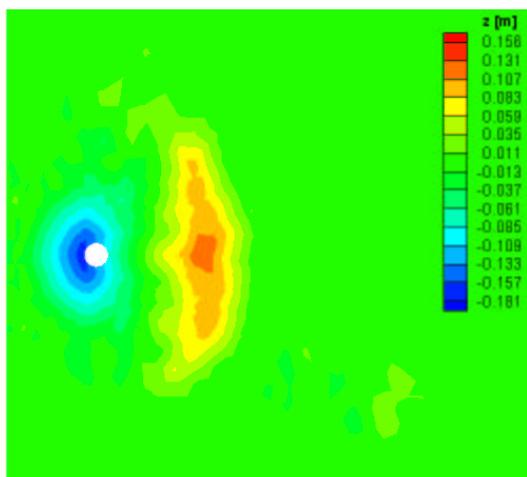
Die Entwicklung des Kolks im numerischen Modell ist der Entwicklung im physikalischen Modell in den ersten zehn Minuten sehr ähnlich. Mit fortschreitender Simulationsdauer nimmt die Tiefe des Kolks jedoch immer weiter zu, so dass die Endtiefe im Vergleich zum physikalischen Modell überschritten wird (Abbildung 15).

Während ohne Modifikation die Ausbildung von zwei getrennten Transportkörpern hinter dem Zylinder zu beobachten ist, entsteht bei Verwendung des Schoklitsch–Faktors schon nach weniger als 20 Minuten ein einzelner langgestreckter Transportkörper, der durch die Strömung hinter dem Zylinder weiter transportiert wird und sich dabei weiter vergrößert. Der Boden hat nach zwei Stunden Simulationsdauer wesentlich mehr Riffel ausgebildet, als bei den Modellen ohne Modifikation.

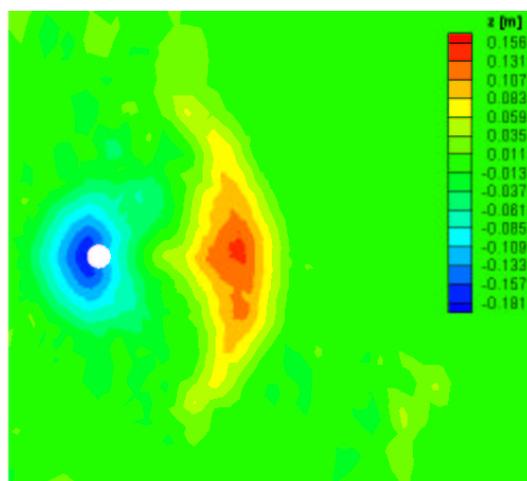
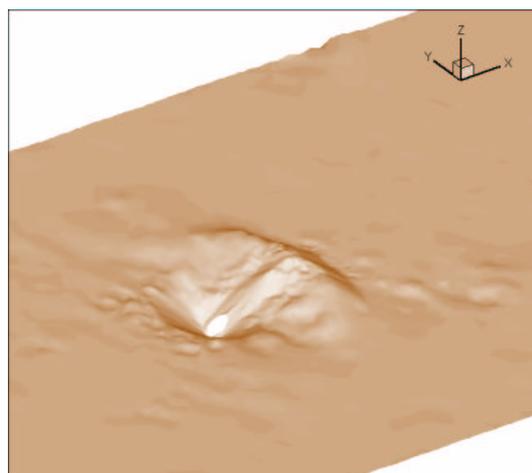
4.2.4 Bagnold–/Smart – Faktor

Neben dem Schoklitsch–Faktor wurde in diesem Modell zusätzlich der Bagnold–/Smart–Faktor verwendet. Wie in Kap. 4.1.3 beschrieben, wird die Transportrate an Hängen aufgrund des geometrischen Zustands modifiziert. An Steigungen wurde der Bagnold–, an Gefällen der Smart–Faktor verwendet.

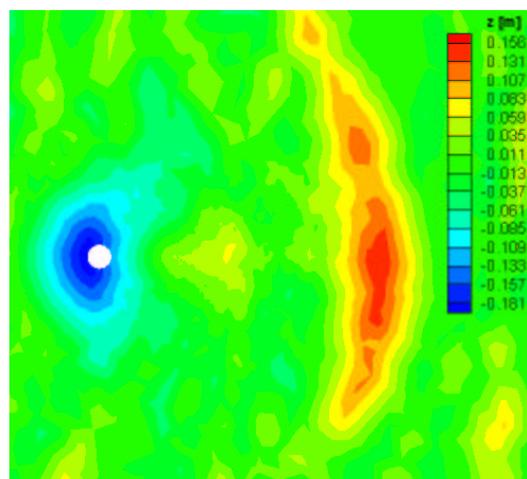
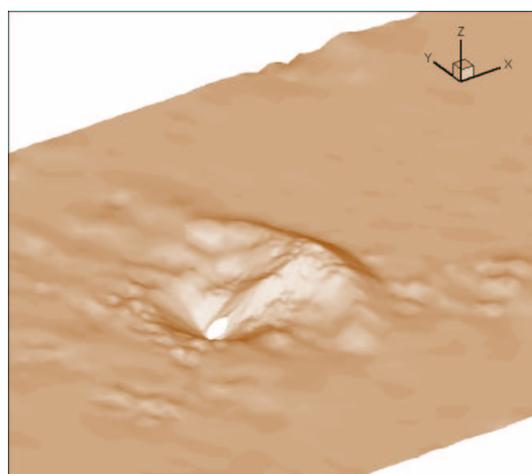




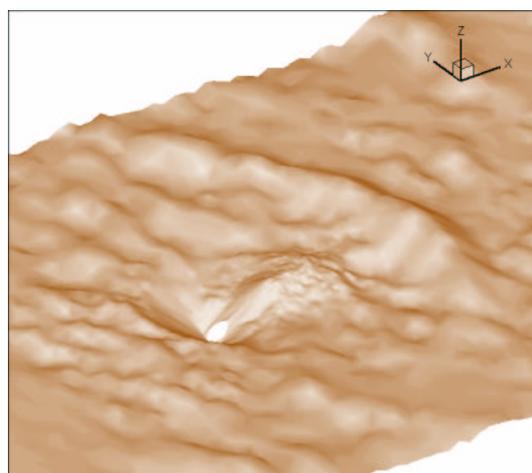
20 min.



30 min.



1 h



Man kann erkennen, dass mit der Kombination aus Bagnold– und Smart–Faktor die Bodenentwicklung schon nach kurzer Zeit die aus physikalischen Versuchen von Roulund (2000) ermittelten Werte überschreitet. Der Grund für diese viel zu starke Entwicklung liegt zum einen daran, dass der Schoklitsch–Faktor bereits einen Einfluss auf die Transportrate hat, d.h. die Geometrie des Bodens wird bereits in einem gewissen Umfang bei der Berechnung der Transportraten berücksichtigt. Zum anderen lässt sich aus der Tatsache dieser stark von der tatsächlichen Entwicklung abweichenden Ergebnisse schließen, dass diese Modifikationen der Transportrate nicht für den Anwendungsfall eines umströmten Zylinders geeignet sind. Die Gleichung von Smart wurde beispielsweise anhand von Experimenten in einem steilen Gerinne entwickelt. Die geometrische Analogie zwischen einem steilen Gerinne und dem Gefälle, das bei einem Kolk auftritt, ist zwar vorhanden, die auftretenden hydrodynamischen Verhältnisse sind jedoch gänzlich anders. Die von Smart entwickelte Gleichung ist für den hier vorliegenden Anwendungsfall also nicht unbedingt passend.

5. Diskussion und Ausblick

Aufgabe war es, Ansätze aufzuzeigen, die die physikalischen Verhältnisse bei der Simulation von Kolken besser berücksichtigen. Leider konnten nicht alle Ansätze, die hier vorgestellt wurden, und die sich daraus ergebenden Kombinationen getestet werden. Das lag vor allem an den doch erheblichen Rechenzeiten, die bei der Berechnung der Hydrodynamik nötig waren.

Als wichtigstes Ergebnis und Grundlage für alle weiteren Berechnungen, ist hier das entwickelte Sandrutsch–Simulationsverfahren zu nennen. Die Sandrutschung durch Volumenumlagerung ist, wie man anhand der Ergebnisse sehen kann, ein unerlässliches Hilfsmittel. Vernünftige Ergebnisse lassen sich ohne einen simulierten Grundbruch nicht erzielen. Die Wahl der Transportformulierung hingegen ist von untergeordneter Bedeutung, wie der Vergleich der beiden Formulierungen von van Rijn und Englund & Fredsøe zeigt. Wie ausgeprägt die Unzulänglichkeiten der Transportformulierungen bei einer Kolksimulation tatsächlich sind, wurde anhand der Modellergebnisse ohne Sandrutschung anschaulich gezeigt. Diese physikalisch fehlerhaften Ergebnisse sind auf die Tatsache zurückzuführen, dass die verwendeten Transportformulierungen nur für ebene Betten entwickelt wurden. Steile Gradienten wurden bei der Entwicklung nicht berücksichtigt.

Die Berücksichtigung der geometrischen Verhältnisse bei steilen Gradienten sollte durch verschiedene Modifikationen der Transportrate bzw. des Bewegungsbeginns erreicht werden. Die Modellergebnisse bei Verwendung des Schoklitsch–Faktors waren vor allem in der Anfangsphase der Kolkentwicklung sehr nah an den Ergebnissen der physikalischen Versuche. Die Endkolkentiefe wurde jedoch um 25% überschritten. Es wäre noch zu untersuchen, wie sich die Kolkentiefe im numerischen Modell entwickelt, falls der modifizierte kritische Shieldsparameter keinen Einfluss auf die Transportrate hat. Eine Untersuchung der Modifikation des Bewegungsbeginns nach Hasbo konnte hier ebenfalls nicht durchgeführt werden.

Die Veränderung der Transportrate an steilen Hängen wurde durch die Kombination von Bagnold– und Smart–Faktor im numerischen Modell berücksichtigt. Die Entwicklung des Kolks schreitet mit dieser Modifikation sehr schnell voran. Die Endkolkentiefe wird weit überschritten. Im Vergleich mit einem physikalischen Modell ist die Kolkentiefe um über 50% tiefer. Grundlage für die Entwicklung dieser Korrekturfaktoren waren Versuche in steilen Gerinnen, die mit den Verhältnissen an einem Kolk nicht vergleichbar sind. Diese Art der Modifikation der Transportrate scheint also für die Kolksimulation nicht geeignet zu sein.

Die Ergebnisse der Kolksimulation ohne Modifikationen des Bewegungsbeginns oder der Transportrate sind vergleichsweise am besten ausgefallen. Die Endkolkentiefe wurde gut getroffen. Um eine weitere Verbesserung der Simulation der Morphodynamik zu erreichen, wäre eine Untersuchung weiterer Transportformulierungen oder die Entwicklung einer Transportformulierung, die die Eigenschaften eines numerischen Modells besser berücksichtigt, zu empfehlen.

Literaturverzeichnis

- Bagnold, R.A., 1956. The Flow of Cohesionless Grains in Fluids. Proc. Royal Society Philos. Trans., London, Vol. 249.
- Bagnold, R.A., 1966. An Approach to the Sediment Transport Problem for General Physics. Geological Survey Prof. Paper 422–I, Washington.
- Engelund, F., & Fredsøe, J., 1976. A sediment transport model for straight alluvial channels. Nordic Hydrology, Vol. 7, 293–306.
- Engelund, F., & Fredsøe, J., 1982. Sediment ripples and dunes. Annual Review of Fluid Mechanics, Vol. 14, 13–37.
- Hardisty, J. and Whitehouse, R.J.S., 1988. Evidence for a New Sand Transport Process from Experiments on Saharan Dunes. *Nature*, Vol. 332, No. 6164, 532–534.
- Hasbo, P.B., 1995. Flow and sediment transport over oblique bed forms. Ph.D. thesis, Dept. of Hydrodynamics and Water Resources, Technical University of Denmark.
- Meyer–Peter, E. & Mueller, R., 1948. Formulas for bed load transport. Sec. Int. IAHR congress, Stockholm, Sweden.
- Roulund, A., 2000. Three–dimensional numerical modelling of flow around a bottom–mounted pile and its application to scour. Ph.D. Thesis, Department of Hydrodynamics and Water Resources, Technical University of Denmark.
- Schoklitsch, A., 1914. Über Schleppekraft und Geschiebebewegung. Leipzig und Berlin, W. Engelmann.
- Smart, G.M., 1984. Sediment Transport Formula for Steep Channels. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 110, No. 3.
- van Rijn, L.C., 1993. Principles of Sediment Transport in Rivers, Estuaries and Coastal Seas. Aqua Publications, Amsterdam.
- Weilbeer, H., 2001. Strömung und Kolkung an Wasserbauwerken. Dem Fachbereich Bauingenieur– und Vermessungswesen vorgelegte Dissertation, Universität Hannover.

Williams, P.G., 1970. Flume Width and Water Depth Effects in Sediment Transport Experience. Geol. Survey Prof. Paper 562-H, Washington, D.C.